

 Sudaryatno Sudirham

Analisis Rangkaian Listrik di Kawasan Waktu

1

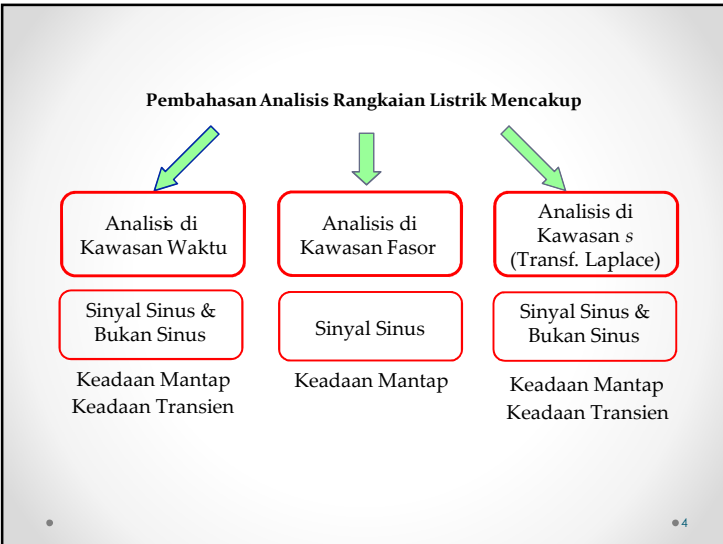
Isi Kuliah:

1. Pendahuluan
2. Besaran Listrik dan Peubah Sinyal
3. Model Sinyal
4. Model Piranti
5. Hukum-Hukum Dasar
6. Kaidah-Kaidah Rangkaian
7. Teorema Rangkaian
8. Metoda Analisis
9. Aplikasi Pada Rangkaian Pemroses Energi (Arus Searah)
10. Aplikasi Pada Rangkaian Pemroses Sinyal (Dioda & OpAmp)
11. Analisis Transien Rangkaian Orde-1
12. Analisis Transien Rangkaian Orde-2

2

1. Pendahuluan

3



- Banyak kebutuhan manusia, seperti:

- Sandang
- Pangan
- Papan
- Kesehatan
- Keamanan
- Energi
- Informasi
- Pendidikan
- Waktu Senggang
- dll.



Sajian pelajaran ini terutama terkait pada upaya pemenuhan kebutuhan energi dan informasi

• 5

Penyediaan Energi Listrik

Energi yang dibutuhkan manusia tersedia di alam, tidak selalu dalam bentuk yang dibutuhkan

Energi di alam terkandung dalam berbagai bentuk sumber energi primer:

- air terjun,
- batubara,
- minyak bumi,
- panas bumi,
- sinar matahari,
- angin,
- gelombang laut,
- dan lainnya.

sumber energi juga tidak selalu berada di tempat ia dibutuhkan

• 6

Diperlukan konversi (pengubahan bentuk) energi.
Energi di alam yang biasanya berbentuk non listrik, dikonversikan menjadi energi listrik.

Energi listrik dapat dengan lebih mudah

- disalurkan
- didistribusikan
- dikendalikan

Di tempat tujuan ia kemudian dikonversikan kembali ke dalam bentuk yang sesuai dengan kebutuhan, energi

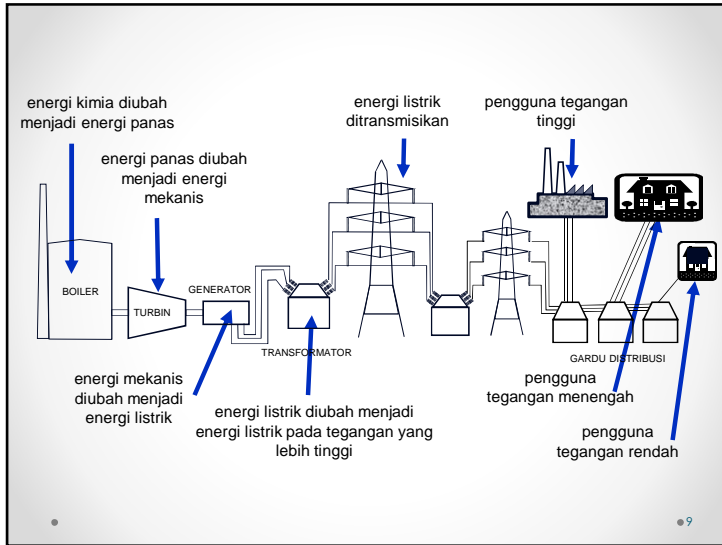
- mekanis,
- panas,
- cahaya,
- kimia.

• 7

Penyediaan energi listrik dilakukan melalui serangkaian tahapan:

Berikut ini kita lihat salah satu contoh, mulai dari pengubahan energi, penyaluran, sampai pendistribusian ke tempat-tempat yang memerlukan

• 8



Penyediaan Informasi

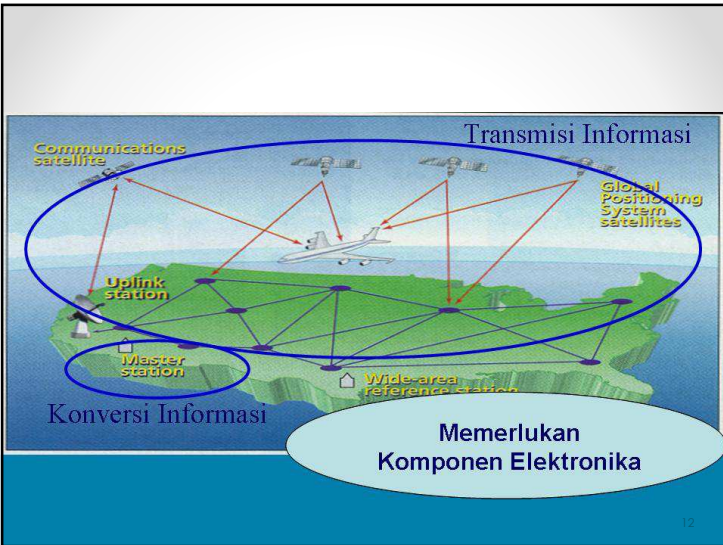
- informasi ada dalam berbagai bentuk
- tersedia di di berbagai tempat
- tidak selalu berada di tempat di mana ia dibutuhkan

- ❖ Berbagai bentuk informasi dikonversikan ke dalam bentuk sinyal listrik
- ❖ Sinyal listrik disalurkan ke tempat ia dibutuhkan

Sampai di tempat tujuan sinyal listrik dikonversikan kembali ke dalam bentuk yang dapat ditangkap oleh indera manusia ataupun dimanfaatkan untuk suatu keperluan lain (pengendalian misalnya).

Penyediaan Informasi

Jika dalam penyediaan energi kita memerlukan mesin-mesin besar untuk mengubah energi yang tersedia di alam menjadi energi listrik, dalam penyediaan informasi kita memerlukan rangkaian elektronika untuk mengubah informasi menjadi sinyal-sinyal listrik agar dapat dikirimkan dan didistribusikan untuk berbagai keperluan.



**Pemrosesan Energi dan
Pemrosesan Informasi**
dilaksanakan dengan memanfaatkan
rangkaian listrik



Rangkaian listrik merupakan interkoneksi berbagai piranti yang secara bersama melaksanakan tugas tertentu

• 13

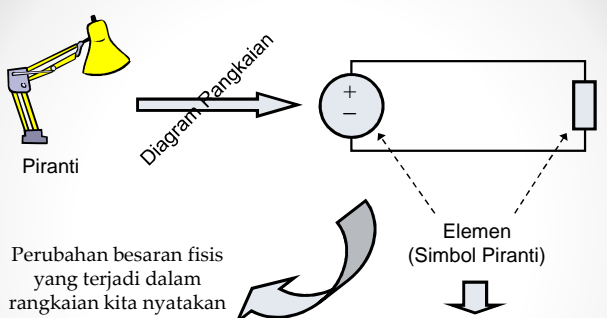
Untuk mempelajari perilaku suatu rangkaian listrik kita melakukan **analisis rangkaian listrik**

Untuk keperluan analisis:

- rangkaian listrik dipindahkan ke atas kertas dalam bentuk gambar.
- piranti-piranti dalam rangkaian listrik dinyatakan dengan menggunakan **simbol-simbol**
- untuk membedakan dengan piranti yang nyata, simbol ini kita sebut **elemen**

Gambar rangkaian listrik disebut **diagram rangkaian**.

• 14



Perubahan besaran fisis yang terjadi dalam rangkaian kita nyatakan dengan *model matematis* yang kita sebut *model sinyal*

Elemen (Simbol Piranti)

Perilaku piranti kita nyatakan dengan *model matematis* yang kita sebut *model piranti*

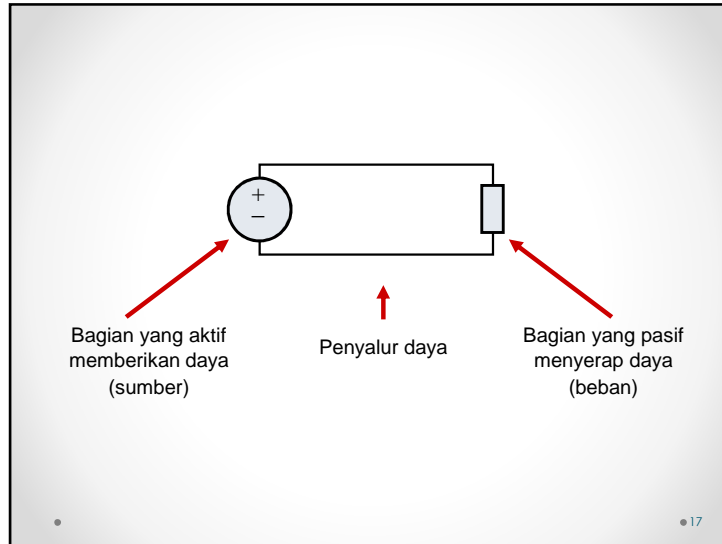
• 15

Struktur Dasar Rangkaian Listrik

Struktur suatu rangkaian listrik pada dasarnya terdiri dari tiga bagian, yaitu

- Sumber**
- Saluran**
- Beban**

• 16

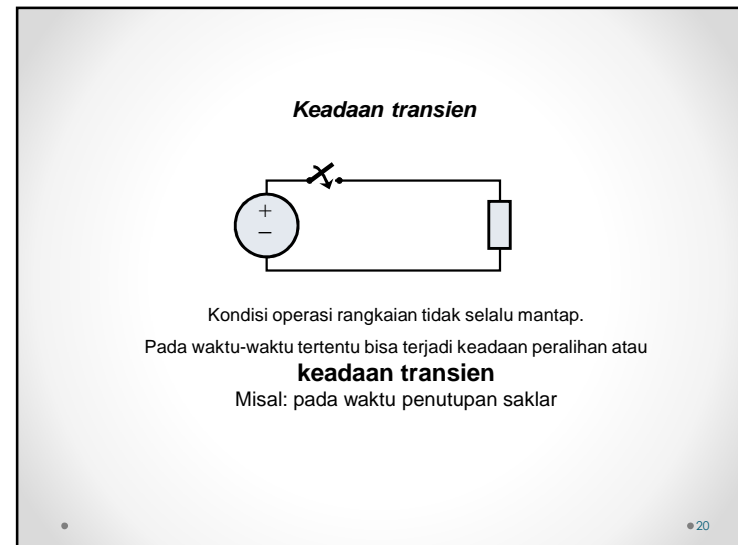
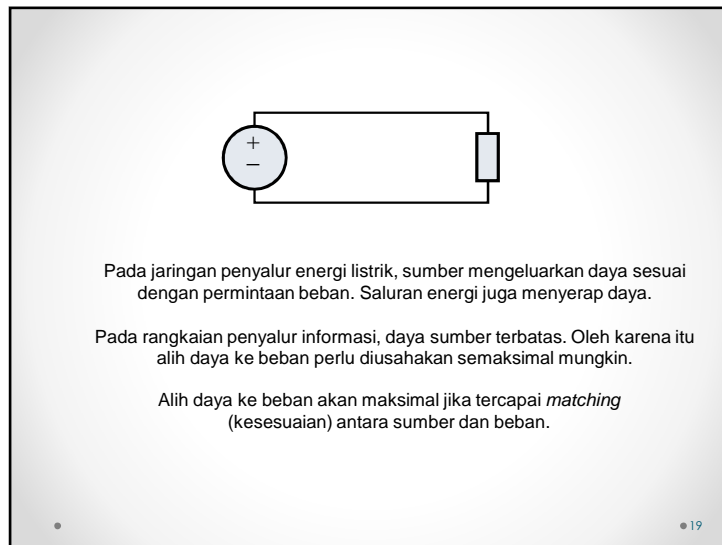


Dalam kenyataan, rangkaian listrik tidaklah sederhana

Jaringan listrik perlu dilindungi dari berbagai kejadian tidak normal yang dapat menyebabkan kerusakan piranti.

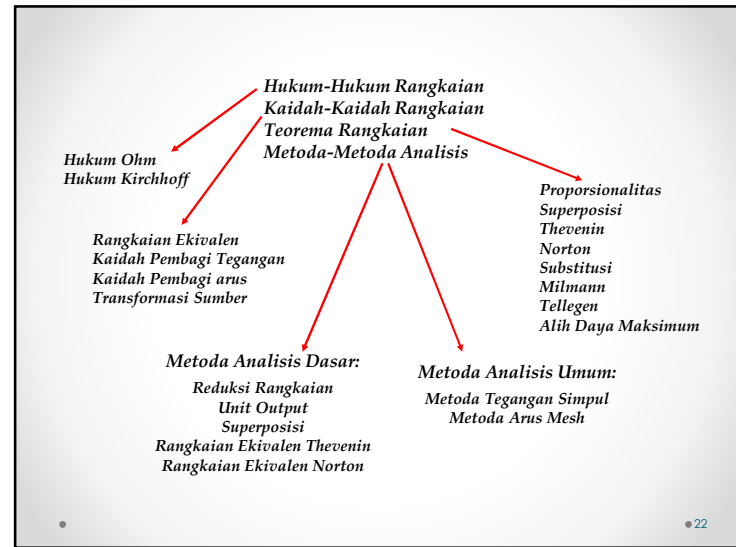
Jaringan perlu sistem proteksi untuk mencegah kerusakan

Jaringan listrik juga memerlukan sistem pengendali untuk mengatur aliran energi ke beban.



Landasan Untuk Melakukan Analisis

Untuk melakukan analisis rangkaian kita memerlukan pengetahuan dasar sebagai pendukung.
 Pengetahuan dasar yang kita perlukan ada empat kelompok.



2. Besaran Listrik Dan Peubah Sinyal

Dua besaran fisika yang menjadi *besaran dasar* dalam kelistrikan adalah

Muatan [satuan: coulomb]

Energi [satuan: joule]

Akan tetapi kedua besaran dasar ini tidak dilibatkan langsung dalam pekerjaan analisis

Yang dilibatkan langsung dalam pekerjaan analisis adalah

arus


tegangan

daya


ketiga besaran ini mudah diukur sehingga sesuai dengan praktik *engineering* dan akan kita pelajari lebih lanjut

Sinyal Waktu Kontinyu & Sinyal Waktu Diskrit

- Sinyal listrik pada umumnya merupakan fungsi waktu, t , dan dapat kita bedakan dalam dua macam bentuk sinyal yaitu
 - sinyal waktu kontinyu atau sinyal analog**
 - sinyal waktu diskrit**



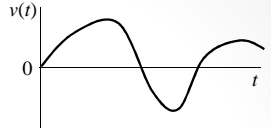
Sinyal waktu diskrit mempunyai nilai hanya pada t tertentu yaitu t_n dengan t_n mengambil nilai dari satu set bilangan bulat



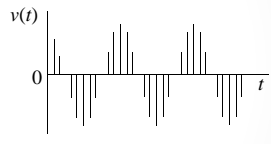
Sinyal waktu kontinyu mempunyai nilai untuk setiap t dan t sendiri mengambil nilai dari satu set bilangan riil

• 25

Sinyal waktu kontinyu (sinyal analog)



Sinyal waktu diskrit



Dalam pelajaran ini kita akan mempelajari rangkaian dengan sinyal waktu kontinyu atau sinyal analog, dan rangkaiannya kita sebut rangkaian analog.

Rangkaian dengan sinyal *diskrit* akan kita pelajari tersendiri.

• 26

Peubah Sinyal

Besaran yang dilibatkan langsung dalam pekerjaan analisis disebut **peubah sinyal** yaitu:

arus
dengan simbol: i
satuan: ampere [A]
(coulomb/detik)

tegangan
dengan simbol: v
satuan: volt [V]
(joule/coulomb)

daya
dengan simbol: p
satuan: watt [W]
(joule/detik)

Tiga peubah sinyal ini tetap kita sebut sebagai sinyal, baik untuk rangkaian yang bertugas melakukan pemrosesan energi maupun pemrosesan sinyal.

• 27

Arus

Simbol: i , Satuan: ampere [A]

Arus adalah laju perubahan muatan:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Apabila melalui satu piranti mengalir muatan sebanyak 1 coulomb setiap detiknya, maka arus yang mengalir melalui piranti tersebut adalah 1 ampere

1 ampere = 1 coulomb per detik

• 28

Tegangan

Simbol: v Satuan: volt [V]

Tegangan adalah energi per satuan muatan:

$$v = \frac{dw}{dq}$$

Apabila untuk memindahkan 1 satuan muatan dari satu titik ke titik yang lain diperlukan energi 1 joule, maka beda tegangan antara dua titik tersebut adalah 1 volt

1 volt = 1 joule per coulomb

• 29

Daya

Simbol: p , Satuan: watt [W]

Daya adalah laju perubahan energi:

$$p = \frac{dw}{dt}$$

Apabila suatu piranti menyerap energi sebesar 1 joule setiap detiknya, maka piranti tersebut menyerap daya 1 watt

1 watt = 1 joule per detik

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \frac{dq}{dt} = vi$$

• 30

Referensi Sinyal

Perhitungan-perhitungan dalam analisis bisa menghasilkan bilangan positif ataupun negatif, tergantung dari pemilihan referensi sinyal

tegangan diukur antara dua ujung piranti

+ piranti -

→
arus melewati piranti

• 31

Konvensi Pasif:

Referensi tegangan dinyatakan dengan tanda "+" dan "-" di ujung simbol piranti;

+ piranti -

→

Arah arus digambarkan masuk ke elemen pada titik yang bertanda "+".

• 32

Referensi tegangan dinyatakan dengan tanda “+” dan “-” di ujung simbol piranti; ujung dengan tanda “+” dianggap memiliki tegangan (potensial) lebih tinggi dibanding ujung yang bertanda “-”. Jika dalam perhitungan diperoleh angka negatif, hal itu berarti tegangan piranti dalam rangkaian sesungguhnya lebih tinggi pada ujung yang bertanda “-”.

Referensi arus dinyatakan dengan anak panah. Arah anak panah dianggap menunjukkan arah positif arus. Jika dalam perhitungan diperoleh angka negatif, hal itu berarti arus pada piranti dalam rangkaian sesungguhnya berlawanan dengan arah referensi.

● 33

Titik Referensi Tegangan Umum

Suatu simpul (titik hubung dua atau lebih piranti) dapat dipilih sebagai titik *referensi tegangan umum* dan diberi simbol “pentanahan”. Titik ini dianggap memiliki tegangan nol. Tegangan simpul-simpul yang lain dapat dinyatakan relatif terhadap referensi umum ini.

● 34

Dengan konvensi pasif ini maka:
 daya positif berarti piranti menyerap daya
 daya negatif berarti piranti memberikan daya

(isilah kotak yang kosong)

Piranti	v [V]	i [A]	p [W]	menerima/ memberi daya
A	12	5		
B	24	-3		
C	12		72	
D		-4	96	
E	24		72	

● 35

Muatan

Simbol: q Satuan: coulomb [C]

Muatan, yang tidak dilibatkan langsung dalam analisis, diperoleh dari arus

$$\text{Arus } i = \frac{dq}{dt}$$

$$\text{Muatan } q = \int_{t_1}^{t_2} i dt$$

● 36

Energi

Simbol: w Satuan: joule [J]

Energi, yang tidak dilibatkan langsung dalam analisis, diperoleh dari daya

$$\text{Daya } p = \frac{dw}{dt}$$

$$\text{Energi } w = \int_{t_1}^{t_2} p dt$$

• 37

CONTOH: Tegangan pada suatu piranti adalah 12 V (konstan) dan arus yang mengalir padanya adalah 100 mA. a). Berapakah daya yang diserap ? b). Berapakah energi yang diserap selama 8 jam? c). Berapakah jumlah muatan yang dipindahkan melalui piranti tersebut selama 8 jam itu?

a). $p = vi = 12 \times 100 \times 10^{-3} = 1,2 \text{ W}$

b). $p \text{ [W]}$

$w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_0^8 1,2 dt = 1,2t \Big|_0^8 = 1,2(8-0) = 9,6 \text{ Wh}$

Ini adalah luas bidang yang dibatasi oleh garis $p = 1,2 \text{ W}$, dan t antara 0 dan 8 jam

c). $i \text{ [mA]}$

$q = \int_{t_1}^{t_2} i dt = \int_0^8 100 \times 10^{-3} dt = 100 \times 10^{-3} t \Big|_0^8 = 0,1(8-0) = 0,8 \text{ Ah}$

Ini adalah luas bidang yang dibatasi oleh garis $i = 100 \text{ mA}$, dan t antara 0 dan 8 jam

• 38

CONTOH: Sebuah piranti menyerap daya 100 W pada tegangan 200V (konstan). Berapakah besar arus yang mengalir dan berapakah energi yang diserap selama 8 jam ?

$$i = \frac{p}{v} = \frac{100}{200} = 0,5 \text{ A}$$

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_0^8 100 dt = 100t \Big|_0^8 = 800 \text{ Wh} = 0,8 \text{ kWh}$$

• 39

CONTOH: Arus yang melalui suatu piranti berubah terhadap waktu sebagai $i(t) = 0,05t$ ampere. Berapakah jumlah muatan yang dipindahkan melalui piranti ini antara $t = 0$ sampai $t = 5$ detik ?

$$q = \int_0^5 i dt = \int_0^5 0,05t dt = \frac{0,05}{2} t^2 \Big|_0^5 = \frac{1,25}{2} = 0,625 \text{ coulomb}$$

• 40

CONTOH: Tegangan pada suatu piranti berubah terhadap waktu sebagai $v = 220\cos 400t$ dan arus yang mengalir adalah $i = 5\cos 400t$ A.

a). Bagaimanakah variasi daya terhadap waktu ? b). Berapakah nilai daya maksimum dan daya minimum ?

a). $p = v \times i = 220\cos 400t \times 5\cos 400t = 1100\cos^2 400t$ W
 $= 550(1 + \cos 800t) = 550 + 550\cos 800t$ W

b). Nilai daya : $p_{\text{maksimum}} = 550 + 550 = 1100$ W
 $p_{\text{minimum}} = 550 - 550 = 0$ W

CONTOH: Tegangan pada suatu piranti berubah terhadap waktu sebagai $v = 220\cos 400t$ V dan arus yang mengalir adalah $i = 5\sin 400t$ A.

a). Bagaimanakah variasi daya terhadap waktu ? b). Tunjukkan bahwa piranti ini menyerap daya pada suatu selang waktu tertentu dan memberikan daya pada selang waktu yang lain. c). Berapakah daya maksimum yang diserap ? d). Berapa daya maksimum yang diberikan ?

a). $p = 220\cos 400t \times 5\sin 400t = 1100\sin 400t \cos 400t = 550\sin 800t$ W

b). daya merupakan fungsi sinus. Selama setengah perioda daya bernilai positif dan selama setengah perioda berikutnya ia bernilai negatif. Jika pada waktu daya bernilai positif mempunyai arti bahwa piranti menyerap daya, maka pada waktu bernilai negatif berarti piranti memberikan daya

c). $p_{\text{maks diserap}} = 550$ W

d). $p_{\text{maks diberikan}} = 550$ W

Pernyataan Sinyal

Kita mengenal berbagai pernyataan tentang sinyal

- Sinyal periodik & Sinyal Aperiodik*
- Sinyal Kausal & Non-Kausal*
- Nilai sesaat*
- Amplitudo*
- Nilai amplitudo puncak ke puncak (peak to peak value)*
- Nilai puncak*
- Nilai rata-rata*
- Nilai efektif (nilai rms ; rms value)*

Sinyal kausal, berawal di $t = 0$

Sinyal non-kausal, berawal di $t = -\infty$

Periode dan Amplitudo Sinyal

Sinyal periodik
Sinyal ini berulang secara periodik setiap selang waktu tertentu

Selang waktu dimana sinyal akan berulang disebut **periode**

amplitudo puncak ke puncak

● 45

Nilai-Nilai Sinyal

Nilai sesaat
yaitu nilai sinyal pada saat tertentu

Nilai puncak
atau amplitudo maksimum

Amplitudo minimum

● 46

Nilai Rata-Rata Sinyal

Definisi: $V_{rr} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(x) dx$

Integral sinyal selama satu periode dibagi periode

CONTOH:

$$V_{rr} = \frac{1}{3} \int_0^3 v(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^2 6 dt$$

$$= \frac{1}{3} (6t)_0^2 = \frac{1}{3} (12 - 0) = 4 V$$

$$V_{rr} = \frac{1}{3} \int_0^3 v(t) dt = \frac{1}{3} \left(\int_0^2 6 dt - \int_2^3 4 dt \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ (6t)_0^2 - (6t)_2^3 \right\} = 4 - 2 = 2 V$$

● 47

Nilai efektif (rms)

Definisi: $V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [v(t)]^2 dt}$

Akar dari integral kuadrat sinyal selama satu periode yang dibagi oleh periode

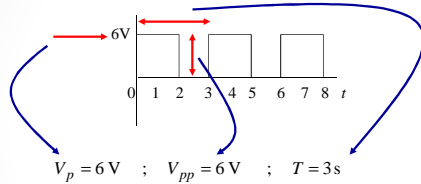
CONTOH: nilai efektif dari sinyal pada contoh sebelumnya

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3} \int_0^2 6^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{3} (36t)_0^2} = \sqrt{\frac{72}{3}} V$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\int_0^2 6^2 dt + \int_2^3 4^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{3} (72 + 16)} = \sqrt{\frac{88}{3}} V$$

● 48

CONTOH: Tentukanlah nilai, tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), periode (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini.



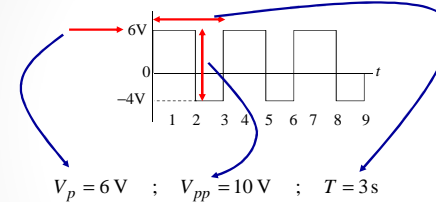
$$V_p = 6 \text{ V} ; V_{pp} = 6 \text{ V} ; T = 3 \text{ s}$$

$$V_{rr} = \frac{1}{3} \left(\int_0^2 6 dt + \int_2^3 0 dt \right) = \frac{1}{3} (6 \times 2 + 0) = 4 \text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\int_0^2 6^2 dt + \int_2^3 0^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{3} (36 \times 2 + 0)} = 4,9 \text{ V}$$

• 49

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), periode (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini.



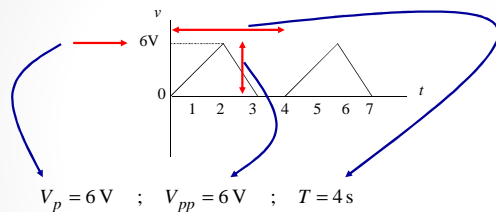
$$V_p = 6 \text{ V} ; V_{pp} = 10 \text{ V} ; T = 3 \text{ s}$$

$$V_{rr} = \frac{1}{3} \left(\int_0^2 6 dt + \int_2^3 -4 dt \right) = \frac{1}{3} (6 \times 2 - 4 \times 1) = 2,66 \text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\int_0^2 6^2 dt + \int_2^3 (-4)^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{3} (36 \times 2 + 16 \times 1)} = 5,42 \text{ V}$$

• 50

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), periode (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini



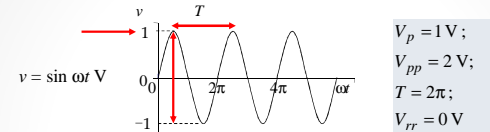
$$V_p = 6 \text{ V} ; V_{pp} = 6 \text{ V} ; T = 4 \text{ s}$$

$$V_{rr} = \frac{1}{4} \left(\int_0^3 3t dt + \int_3^4 (6 - 6(t-2)) dt + \int_4^4 0 dt \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{6 \times 3}{2} \right) = 2,25 \text{ V}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\int_0^3 9t^2 dt + \int_3^4 (6 - 6(t-2))^2 dt + \int_4^4 0^2 dt \right)} = 3,0 \text{ V}$$

• 51

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), periode, tegangan rata-rata, dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan sinus ini



$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int \sin^2 \omega t d\omega t}$$

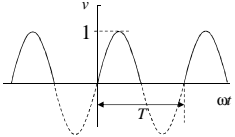
$$\left. \begin{aligned} \frac{d \sin x \cos x}{dx} &= -\sin^2 x + \cos^2 x \\ 1 &= \sin^2 x + \cos^2 x \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d(\sin x \cos x)}{dx} = \sin^2 x dx \Rightarrow \int \frac{dx - d(\sin x \cos x)}{2} = \int \sin^2 x dx$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int \sin^2 \omega t d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \times \left(\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2} \sin \omega t \cos \omega t \right) \Big|_0^{2\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \times \left(\frac{2\pi}{2} - \frac{1}{2} (0 - 0) \right)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ V}$$

• 52

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini



$v = \sin \omega t \text{ V}$

$V_p = 1 \text{ V}; \quad V_{pp} = 1 \text{ V}; \quad T = 2\pi;$

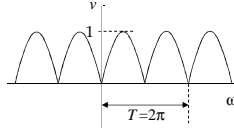
$$V_{rr} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \omega t \, dt = \frac{1}{2\pi} \times (\cos \omega t) \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \times (-1+1) = \frac{1}{\pi}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \, dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \times \left(\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2} \sin \omega t \cos \omega t \right) \Big|_0^{2\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \times \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}(0-0) \right)} = \frac{1}{2} \text{ V}$$

• 53

CONTOH: Tentukanlah nilai tegangan puncak (V_p), tegangan puncak-puncak (V_{pp}), perioda (T), tegangan rata-rata (V_{rr}), dan tegangan efektif dari bentuk gelombang tegangan berikut ini



$v = \sin \omega t \text{ V}$

$V_p = 1 \text{ V}; \quad V_{pp} = 1 \text{ V}; \quad T = 2\pi;$

$$V_{rr} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \omega t \, dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \omega t \, dt = \frac{1}{\pi} \times (\cos \omega t) \Big|_0^{\pi} = \frac{1}{2\pi} \times (-1+1) = \frac{2}{\pi} \text{ V}$$

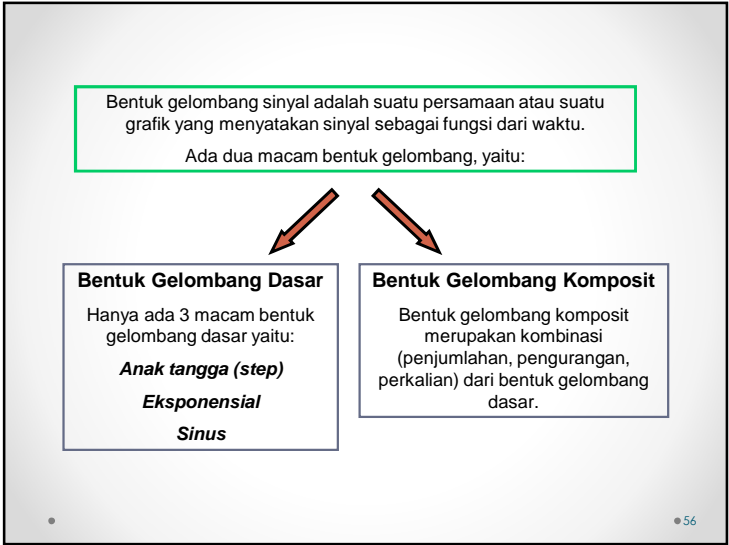
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \, dt} = \sqrt{2 \times \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \omega t \, dt} = \sqrt{2 \times \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2} \sin \omega t \cos \omega t \right) \Big|_0^{\pi}}$$

$$= \sqrt{2 \times \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}(0-0) \right)} = 1 \text{ V}$$

• 54

3. Model Sinyal

• 55



Tiga Bentuk Gelombang Dasar

Anak tangga
Sinus
Eksponensial

Contoh Bentuk Gelombang Komposit

Sinus teredam
Eksponensial ganda
Deretan pulsa
Gelombang persegi
Gigi gergaji
Segi tiga

57

Bentuk Gelombang Dasar

Fungsi Anak-Tangga (Fungsi Step)

Amplitudo = 1
Muncul pada $t = 0$

Amplitudo = V_A
Muncul pada $t = 0$

Amplitudo = V_A
Muncul pada $t = T_s$
Atau tergeser positif sebesar T_s

58

Bentuk Gelombang Eksponensial

Amplitudo = V_A
 τ : konstanta waktu

$v = [V_A e^{-t/\tau}] u(t)$

Pada $t = \tau$ sinyal sudah menurun sampai 36,8 % V_A .

Pada $t = 5\tau$ sinyal telah menurun sampai 0,00674 V_A , kurang dari 1% V_A .

Kita definisikan durasi (lama berlangsungnya) suatu sinyal eksponensial adalah 5τ . Makin besar konstanta waktu, makin lambat sinyal menurun.

59

Contoh

$v_1(t) = 5e^{-t/2} u(t)$ V
Konstanta waktu = 2

$v_2(t) = 10e^{-t/2} u(t)$ V
Konstanta waktu = 2

$v_3(t) = 10e^{-t/4} u(t)$ V
Konstanta waktu = 4

Makin besar konstanta waktu, makin lambat gelombang menurun

60

Gelombang Sinus

$v = V_A \cos(2\pi t / T_0)$
 (Nilai puncak pertama terjadi pada $t = 0$)

$v = V_A \cos[2\pi(t - T_s) / T_0]$
 (Nilai puncak pertama terjadi pada $t = T_s$)

Dapat ditulis dengan $\phi = 2\pi \frac{T_s}{T_0}$ (sudut fasa)

$v = V_A \cos[2\pi t / T_0 - \phi]$

Karena frekuensi siklus $f_0 = \frac{1}{T_0}$ dan frekuensi sudut $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ maka

$v = V_A \cos[2\pi f_0 t - \phi]$ atau
 $v = V_A \cos[\omega_0 t - \phi]$

Bentuk Gelombang Komposit

Fungsi Impuls

Dipandang sebagai terdiri dari dua gelombang anak tangga

$v = Au(t - T_1)$
 Muncul pada $t = T_1$

$v = -Au(t - T_2)$
 Muncul pada $t = T_2$

$v = Au(t - T_1) - Au(t - T_2)$

Impuls Satuan

Impuls simetris thd sumbu tegak Luas = 1

Impuls simetris thd sumbu tegak dengan lebar impuls diperkecil namun dipertahankan luas tetap 1

Lebar impuls terus diperkecil sehingga menjadi impuls satuan dengan definisi:

$v = \delta(t) = 0$ untuk $t \neq 0$
 $= 1$ untuk $t = 0$

Fungsi Ramp

Amplitudo ramp berubah secara linier
Ramp muncul pada $t = 0$

$v(t) = r(t) = t u(t)$
 Kemiringan = 1

Fungsi Ramp Tergeser

ramp berubah secara linier muncul pada $t = T_0$

$r(t) = K(t - T_0)u(t - T_0)$

Kemiringan fungsi ramp Pergeseran sebesar T_0

Sinus Teredam

$$v = \sin(\omega t) (V_A e^{-t/\tau}) u(t)$$

$$= V_A \sin \omega t e^{-t/\tau} u(t)$$

Maksimum pertama fungsi sinus $< V_A$

Faktor yang menyebabkan penurunan secara eksponensial

Fungsi sinus beramplitudo 1

Fungsi eksponensial beramplitudo V_A

65

CONTOH: (bentuk gelombang anak tangga dan komposisinya)

a). $v_1 = 4 u(t)$ V

b). $v_2 = -3 u(t-2)$ V

c). $v_3 = 4u(t) - 3u(t-2)$ V

dipandang sebagai tersusun dari dua gelombang anak tangga

66

d). $v_4 = 4u(t) - 7u(t-2) + 3u(t-5)$ V

Dipandang sebagai tersusun dari tiga gelombang anak tangga

67

CONTOH: (fungsi ramp dan komposisinya)

a). $v_1 = 2t u(t)$ V

b). $v_2 = -2(t-2) u(t-2)$ V

c). $v_3 = 2tu(t) - 2(t-2)u(t-2)$ V

Dipandang sebagai tersusun dari dua fungsi ramp

68

CONTOH: (fungsi ramp dan kompositnya)

d). v_4

$2tu(t) - 4(t-2)u(t-2)$ V

e). v_5

$2tu(t) - 2(t-2)u(t-2) - 4u(t-5)$

f). v_6

$2tu(t) - 2(t-2)u(t-2) - 4u(t-2)$

69

CONTOH: sinus teredam

sinus $v_1 = 10 \cos(50(t - 0,020))u(t)$ V

sinus teredam $v_2 = 10 \cos(50(t - 0,020))e^{-t/0,1} u(t)$ V

yang dapat diabaikan nilainya pada $t > 0,5$ detik

70

Spektrum Sinyal

Suatu sinyal periodik dapat diuraikan atas komponen-komponen penyusunnya. Komponen-komponen penyusun tersebut merupakan sinyal sinus.

Kita juga dapat menyatakan sebaliknya, yaitu susunan sinyal-sinyal sinus akan membentuk suatu sinyal periodik.

Komponen sinus dengan frekuensi paling rendah disebut komponen sinus dasar, sedang komponen sinus dengan frekuensi lebih tinggi disebut komponen-komponen harmonisa.

Komponen harmonisa memiliki frekuensi yang merupakan kelipatan bulat dari frekuensi sinus dasar. Jika sinus dasar memiliki frekuensi f_0 , maka harmonisa ke-3 mempunyai frekuensi $3f_0$, harmonisa ke-7 memiliki frekuensi $7f_0$, dst.

Berikut ini adalah suatu contoh penjumlahan sinyal sinus yang akhirnya membentuk gelombang persegi.

71

Contoh : Susunan sinyal sinus yang membentuk Gelombang Persegi

sinus dasar sin dasar + harmonisa 3 sin dasar + harmonisa 3 + 5

sin dasar + harmonisa 3 + 5 + 7 sin dasar + harmonisa 3 s/d 21

72

Berikut ini kita melihat suatu penjumlahan sinyal sinus yang kemudian kita analisis komponen per komponen.

Sinyal: $v = 10 + 30\cos(2\pi f_0 t) + 15\sin(2\pi(2f_0)t) - 7.5\cos(2\pi(4f_0)t)$

Uraian:

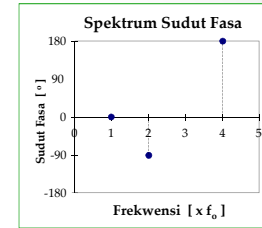
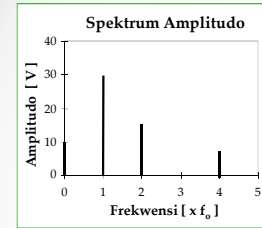
Frekuensi	0	f_0	$2f_0$	$4f_0$
Amplitudo (V)	10	30	15	7,5
Sudut fasa	-	0°	-90°	180°

Uraian amplitudo setiap komponen membentuk *spektrum amplitudo*

Uraian sudut fasa setiap komponen membentuk *spektrum sudut fasa*

Kedua spektrum tersebut digambarkan sebagai berikut:

73



Dalam spektrum ini, frekuensi sinyal terendah adalah nol, yaitu komponen arus searah

Frekuensi komponen sinus terendah adalah f_0 .

Frekuensi komponen sinus tertinggi adalah $4f_0$.

74

Lebar Pita (band width)

Lebar pita adalah selisih dari frekuensi tertinggi dan terendah

Frekuensi tertinggi adalah batas frekuensi dimana amplitudo dari harmonisa-harmonisa yang frekuensinya di atas frekuensi ini dapat diabaikan

Batas frekuensi terendah adalah frekuensi sinus dasar jika bentuk gelombang yang kita tinjau tidak mengandung komponen searah. Jika mengandung komponen searah maka frekuensi terendah adalah nol

75

Spektrum sinyal periodik merupakan uraian bentuk gelombang sinyal menjadi deret Fourier

Deret Fourier

Suatu fungsi periodik dapat dinyatakan sebagai:

$$f(t) = a_0 + \sum [a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)]$$

atau

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(n\omega_0 t - \phi_n) \right] \quad \frac{b_n}{a_n} = \tan \phi_n$$

Komponen searah Amplitudo komponen sinus Sudut Fasa komponen sinus

dimana:

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt$$

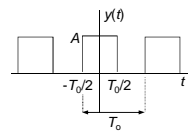
$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt$$

yang disebut sebagai **koefisien Fourier**

76

Jika sinyal simetris terhadap sumbu-y, banyak koefisien Fourier bernilai nol

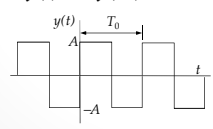
Simetri Genap $y(t) = y(-t)$



$b_n = 0$

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t)]$$

Simetri Ganjil $y(t) = -y(-t)$

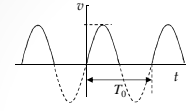


$a_0 = 0$ dan $a_n = 0$

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [b_n \sin(n\omega_0 t)]$$

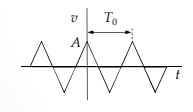
77

Contoh: simetri ganjil - Penyearahan Setengah Gelombang



$a_0 = A/\pi$
 $a_n = \frac{2A/\pi}{1-n^2}$ n genap; $a_n = 0$ n ganjil
 $b_n = A/2$; $b_n = 0$ n ≠ 1

Contoh: simetri genap - Sinyal Segitiga



$a_0 = 0$
 $a_n = \frac{8A}{(n\pi)^2}$ n ganjil; $a_n = 0$ n genap
 $b_n = 0$ untuk semua n

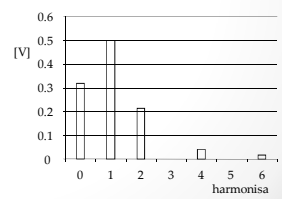
78

Contoh: Uraian Penyearahan Setengah Gelombang

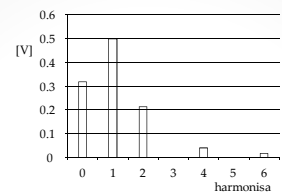
Koefisien Fourier	Amplitudo	ϕ [rad]
a_0	0,318	0,318
a_1	0	1,57
b_1	0,5	
a_2	-0,212	0,212
b_2	0	
a_4	-0,042	0,042
b_4	0	
a_6	-0,018	0,018
b_6	0	

$A_0 = 0,318$ V; $A_1 = 0,5$ V; $A_2 = 0,212$ V;
 $A_4 = 0,042$ V; $A_6 = 0,018$ V

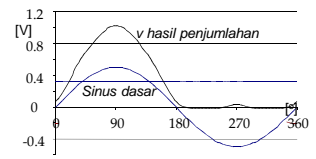
Uraian ini dilakukan hanya sampai pada harmonisa ke-6
 Dan kita mendapatkan spektrum amplitudo sebagai berikut:



79



Jika dari spektrum yang hanya sampai harmonisa ke-6 ini kita jumlahkan kembali, kita peroleh bentuk gelombang:

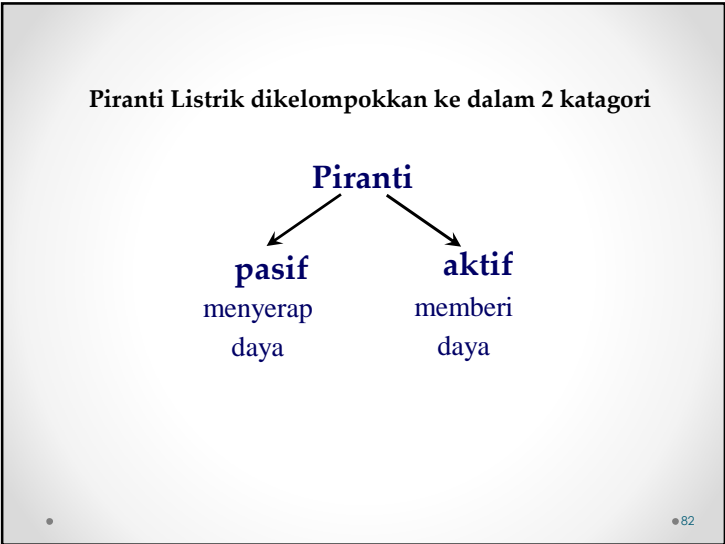


Terdapat cacat pada bentuk gelombang hasil penjumlahan

Sampai harmonisa ke berapa kita harus menguraikan suatu bentuk gelombang periodik, tergantung seberapa jauh kita dapat menerima adanya cacat yang mungkin terjadi pada penjumlahan kembali spektrum sinyal

80

4. Model Piranti



Model Piranti Pasif

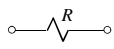
Perilaku suatu piranti dinyatakan oleh *karakteristik i-v* yang dimilikinya, yaitu hubungan antara arus yang melalui piranti dengan tegangan yang ada di antara terminalnya.

tegangan diukur antara dua ujung piranti

arus melewati piranti

The diagram shows a box labeled 'piranti' with a '+' sign on the left and a '-' sign on the right. A dashed arrow above the box indicates voltage measurement across the terminals. A solid arrow below the box indicates current flow through the device. To the right is a graph with current i on the vertical axis and voltage v on the horizontal axis. Two curves originate from the origin: one is a straight line labeled 'linier' and the other is a curve labeled 'tidak linier'.

Resistor

Symbol: 

Kurva i terhadap v tidak linier benar namun ada bagian yang sangat mendekati linier, sehingga dapat dianggap linier. Di bagian inilah kita bekerja.

batas daerah linier

nyata

model

$v_R = R i_R$ atau $i_R = G v_R$
 dengan $G = \frac{1}{R}$
 R disebut resistansi
 G disebut konduktansi

Daya pada R : $P_R = v_R i_R = i_R^2 R = v_R^2 G = \frac{v_R^2}{R}$

The graph shows a coordinate system with current i on the vertical axis and voltage v on the horizontal axis. A straight line passes through the origin, representing the 'model'. A red shaded region around the origin is labeled 'batas daerah linier'. A point on the line is labeled 'nyata' (actual), and the line itself is labeled 'model'.

CONTOH:

Resistor: $R = 4 \Omega$

$$v_R = 40 \sin 314 t \text{ V}$$

$$i_R = 10 \sin 314 t \text{ A}$$

$$p_R = 400 \sin^2 314 t \text{ W}$$

Bentuk gelombang arus sama dengan bentuk gelombang tegangan

85

Kapasitor

simbol

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow v_C = v_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C dt$$

Konstanta proporsionalitas

C disebut *kapasitansi*

Daya pada C: $p_C = v_C i_C = C v_C \frac{dv_C}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} C v_C^2 \right]$

Daya adalah turunan terhadap waktu dari energi. Maka apa yang ada dalam tanda kurung adalah energi

Energi: $w_C = \frac{1}{2} C v_C^2 + \text{konstanta}$

Energi awal

86

CONTOH:

Kapasitor: $C = 2 \mu\text{F} = 2 \times 10^{-6} \text{ F}$

$$\frac{dv_C}{dt} = 80000 \cos 400 t \text{ V}$$

$$v_C = 200 \sin 400 t \text{ V}$$

$$i_C = 0,16 \cos 400 t \text{ A}$$

$$p_C = 16 \sin 800 t \text{ W}$$

Bentuk gelombang arus sama dengan bentuk gelombang tegangan namun i_C muncul lebih dulu dari v_C . Arus 90° mendahului tegangan

87

Induktor

simbol

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L dt$$

Konstanta proporsionalitas

L disebut *induktansi*

Daya pada L: $p_L = v_L i_L = L i_L \frac{di_L}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} L i_L^2 \right]$

Daya adalah turunan terhadap waktu dari energi. Maka apa yang ada dalam tanda kurung adalah energi

Energi: $w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 + \text{konstanta}$

Energi awal

88

CONTOH: Induktor : $L = 2,5 \text{ H}$ $v_L = 200\sin 400t$ Volt

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow i_L = \frac{1}{L} \int v_L dt = -0,2 \cos 400t + i_{L0} \text{ A}$$

$$p_L = v_L i_L = -20 \sin 800t \text{ W}$$

Bentuk gelombang arus sama dengan bentuk gelombang tegangan namun i_L muncul lebih belakang dari v_L . Arus 90° di belakang tegangan

Resistansi, kapasitansi, dan induktansi, dalam analisis rangkaian listrik merupakan suatu **konstanta proporsionalitas**

Secara fisik, mereka merupakan besaran **dimensional**

Resistor	Kapasitor	Induktor
$v_R = R i_R$	$i_C = C \frac{dv_C}{dt}$	$v_L = L \frac{di_L}{dt}$
konstanta proporsionalitas		
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		
Secara Fisik		
$R = \rho \frac{L}{A}$	$C = \epsilon \frac{A}{d}$	$L = kN^2$
resistivitas	konstanta dielektrik	konstanta
L: panjang konduktor A: luas penampang	A: luas penampang elektroda d: jarak elektroda	N: jumlah lilitan

Induktansi Bersama

Dua kumparan terkopel secara magnetik

Induktansi sendiri kumparan-1 $L_1 = k_1 N_1^2$ Induktansi sendiri kumparan-2 $L_2 = k_2 N_2^2$

Terdapat kopling magnetik antar kedua kumparan yang dinyatakan dengan: M

Kopling pada kumparan-1 oleh kumparan-2 $M_{12} = k_{12} N_1 N_2$ Kopling pada kumparan-2 oleh kumparan-1 $M_{21} = k_{21} N_2 N_1$

Jika medium magnet linier : $k_{12} = k_{21} = k_M$

$$M_{12} = M_{21} = k_M N_1 N_2 = M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

Persamaan tegangan di kumparan-1 $v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$ Persamaan tegangan di kumparan-2 $v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$

Tanda \pm tergantung dari apakah fluksi magnet yang ditimbulkan oleh kedua kumparan saling membantu atau saling berlawanan

Kopling magnetik bisa positif (aditif) bisa pula negatif (substraktif)

Untuk memperhitungkan kopling magnetik digunakan

Konvensi Titik:
Arus i yang masuk ke ujung yang bertanda titik di salah satu kumparan, membangkitkan tegangan berpolaritas positif pada ujung kumparan lain yang juga bertanda titik. Besarnya tegangan yang terbangkit adalah $M di/dt$.

ϕ aditif

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

ϕ substraktif

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

● 93

Transformator Ideal

$$L_1 = k_1 N_1^2$$

$$L_2 = k_2 N_2^2$$

$$M_{12} = k_{12} N_1 N_2$$

$$M_{21} = k_{21} N_2 N_1$$

Jika kopling magnet terjadi secara sempurna, artinya fluksi magnet melingkupi kedua kumparan tanpa terjadi kebocoran, maka

$$k_1 = k_2 = k_{12} = k_{21} = k_M$$

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} = N_1 \left(k_M N_1 \frac{di_1}{dt} \pm k_M N_2 \frac{di_2}{dt} \right)$$

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} = \pm N_2 \left(\pm k_M N_2 \frac{di_2}{dt} + k_M N_1 \frac{di_1}{dt} \right)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \pm \frac{N_1}{N_2}$$

Jika susut daya adalah nol: $v_1 i_1 + v_2 i_2 = 0$

$$\frac{i_2}{i_1} = - \frac{v_1}{v_2} = \mp \frac{N_1}{N_2}$$

● 94

CONTOH:

$N_1/N_2 = 0,1$

$v_1 = 120\sin 400t$ V

$v_2 = (N_2 / N_1) v_1 = 1200\sin 400t$ V

$i_2 = v_2 / 50 = 24\sin 400t$ A

$i_1 = (N_2 / N_1) i_2 = 240\sin 400t$ A

$p_L = v_2 i_2 = 28.8 \sin^2 400t$ kW.

● 95

Saklar

simbol

saklar terbuka

$i = 0, v = \text{sembarang}$

simbol

saklar tertutup

$v = 0, i = \text{sembarang}$

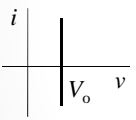
● 96

Model Piranti Aktif

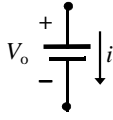
Sumber Tegangan Bebas Ideal

Sumber tegangan bebas memiliki tegangan yang ditentukan oleh dirinya sendiri, tidak terpengaruh oleh bagian lain dari rangkaian.

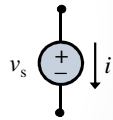
$v = v_s$ (tertentu) dan $i =$ sesuai kebutuhan



Karakteristik $i - v$ sumber tegangan konstan



Simbol sumber tegangan konstan



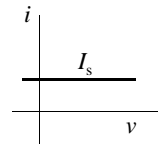
Simbol sumber tegangan bervariasi terhadap waktu

● 97

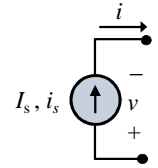
Sumber Arus Bebas Ideal

Sumber arus bebas memiliki kemampuan memberikan arus yang ditentukan oleh dirinya sendiri, tidak terpengaruh oleh bagian lain dari rangkaian.

$i = i_s$ (tertentu) dan $v =$ sesuai kebutuhan



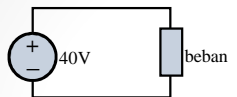
Karakteristik sumber arus ideal



Simbol sumber arus ideal

● 98

CONTOH:




Sumber Tegangan

$v_{beban} = v_{sumber} = 40 \text{ V}$

$P_{beban} = 100 \text{ W} \rightarrow i = 2,5 \text{ A}$

$P_{beban} = 200 \text{ W} \rightarrow i = 5 \text{ A}$

Tegangan sumber tetap, arus sumber berubah sesuai pembebanan



Sumber Arus

$i_{beban} = i_{sumber} = 5 \text{ A}$

$P_{beban} = 100 \text{ W} \rightarrow v = 20 \text{ V}$

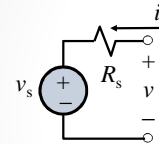
$P_{beban} = 200 \text{ W} \rightarrow v = 40 \text{ V}$

Arus sumber tetap, tegangan sumber berubah sesuai pembebanan

● 99

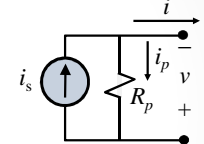
Sumber Praktis

Sumber praktis memiliki karakteristik yang mirip dengan keadaan dalam praktik. Sumber ini digambarkan dengan menggunakan sumber ideal tetapi tegangan ataupun arus sumber tergantung dari besar pembebanan.



Sumber tegangan praktis terdiri dari sumber ideal v_s dan resistansi seri R_s , sedangkan tegangan keluarannya adalah v .

v_s tertentu, akan tetapi tegangan keluarannya adalah $v = v_s - iR$



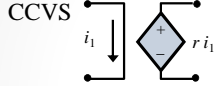
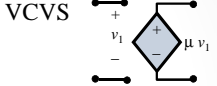
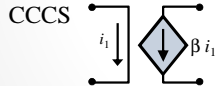
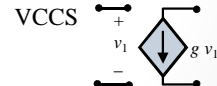
Sumber arus praktis terdiri dari sumber ideal i_s dan resistansi paralel R_p , sedangkan tegangan keluarannya adalah v .

i_s tertentu, akan tetapi arus keluarannya adalah $i = i_s - i_p$

● 100

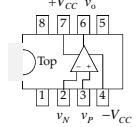
Sumber Tak-Bebas (Dependent Sources)

Sumber tak-bebas memiliki karakteristik yang ditentukan oleh besaran di bagian lain dari rangkaian. Ada empat macam sumber tak-bebas, yaitu:

 <p>CCVS</p> <p>Sumber tegangan dikendalikan oleh arus</p>	 <p>VCVS</p> <p>Sumber tegangan dikendalikan oleh tegangan</p>
 <p>CCCS</p> <p>Sumber arus dikendalikan oleh arus</p>	 <p>VCCS</p> <p>Sumber arus dikendalikan oleh tegangan</p>

• 101

Sumber tak bebas digunakan untuk memodelkan Penguat Operasional (OP AMP)



+V_{cc} : catu daya positif
-V_{cc} : catu daya negatif

v_p = tegangan masukan non-inversi;
v_N = tegangan masukan inversi;
v_o = tegangan keluaran;

Model Sumber Tak Bebas OP AMP

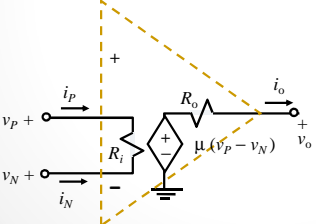
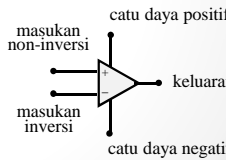


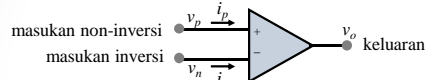
Diagram rangkaian



• 102

OP AMP Ideal

Suatu OPAMP ideal digambarkan dengan diagram rangkaian yang disederhanakan:



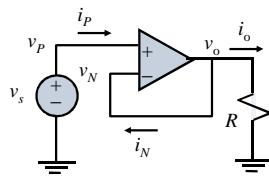
Jika OpAmp dianggap ideal maka terdapat relasi yang mudah pada sisi masukan

$$v_p = v_n$$

$$i_p = i_n = 0$$

• 103

Contoh: Rangkaian Penyangga (buffer)



$v_p = v_s$ $v_n = v_o$
 $v_p = v_n \implies v_o = v_s$

• 104

Contoh: Rangkaian Penguat Non-Inversi

$v_P = v_s$
 $v_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o$
 $v_P = v_N \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o = v_s$
 $v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_s$

umpan balik

• 105

CONTOH:

$v_o = ? \quad i_B = ? \quad p_B = ?$

$v_P = v_N$
 $i_P = i_N = 0 = \frac{5 - v_N}{2000} \rightarrow v_N = 5 \text{ V}$
 $v_N = \frac{1}{1 + 2} v_o \Rightarrow \frac{1}{3} v_o = 5 \text{ V} \rightarrow v_o = 15 \text{ V}$
 $i_B = \frac{v_o}{R_B} \quad p_B = v_B i_B = v_o i_B = i_B^2 R_B$

Rangkaian dengan OP AMP yang lain akan kita pelajari dalam pembahasan tentang rangkaian pemroses sinyal

• 106

4. Hukum Dasar

• 107

Pekerjaan analisis rangkaian listrik berbasis pada dua Hukum Dasar yaitu

1. Hukum Ohm
2. Hukum Kirchhoff

• 108

Hukum Ohm

- Relasi Hukum Ohm

$$v = iR$$

↑
resistansi

- Resistansi konduktor

– Suatu konduktor yang memiliki luas penampang merata, A, mempunyai resistansi R

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

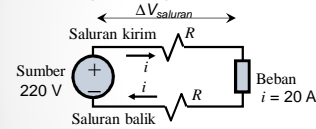
ρ : resistivitas bahan konduktor dengan satuan $[\Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}]$
 l : panjang konduktor dengan satuan [m]
 A : luas penampang konduktor dengan satuan $[\text{mm}^2]$

• 109

CONTOH:

Seutas kawat terbuat dari tembaga dengan resistivitas 0,018 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$. Jika kawat ini mempunyai penampang 10 mm^2 dan panjang 300 m, hitunglah resistansinya. Jika kawat ini dipakai untuk menyalurkan daya (searah), hitunglah tegangan jatuh pada saluran ini (yaitu beda tegangan antara ujung kirim dan ujung terima saluran) jika arus yang mengalir adalah 20 A. Jika tegangan di ujung kirim adalah 220 V, berapakah tegangan di ujung terima? Berapakah daya yang diserap saluran ?

Diagram rangkaian adalah:



$$\text{Resistansi saluran kirim : } R = \frac{\rho l}{A} = \frac{0,018 \times 300}{10} = 0,54 \Omega$$

$$\text{Karena ada saluran balik, } R_{\text{saluran}} = 2 \times 0,54 = 1,08 \Omega$$

Saluran dialirai arus 20 A, terjadi tegangan jatuh antara sumber dan beban :
 $\Delta V_{\text{saluran}} = i R_{\text{saluran}} = 20 \times 1,08 = 2,16 \text{ V}$

Tegangan di beban = tegangan sumber – tegangan jatuh di saluran :
 $v_{\text{terima}} = 220 - 2,16 = 217,84 \text{ V}$

Daya yang diserap saluran, merupakan susut daya di saluran

$$P_{\text{saluran}} = i^2 R = (20)^2 \times 1,08 = 43,2 \text{ W}$$

• 110

Hukum Kirchhoff

Ada beberapa istilah yang perlu kita fahami lebih dulu

Terminal : ujung akhir sambungan piranti atau rangkaian.

Rangkaian : beberapa piranti yang dihubungkan pada terminalnya.

Simpul (Node) : titik sambung antara dua atau lebih piranti.

Catatan : Walaupun sebuah simpul diberi pengertian sebagai sebuah titik tetapi kawat-kawat yang terhubung langsung ke titik simpul itu merupakan bagian dari simpul; jadi dalam hal ini kita mengabaikan resistansi kawat.

Simpai (Loop) : rangkaian tertutup yang terbentuk apabila kita berjalan mulai dari salah satu simpul mengikuti sederetan piranti dengan melewati tiap simpul tidak lebih dari satu kali dan berakhir pada simpul tempat kita mulai perjalanan.

• 111

Ada dua hukum Kirchhoff, yaitu

1. Hukum Tegangan Kirchhoff
2. Hukum Arus Kirchhoff

Formulasi dari kedua hukum tersebut adalah sebagai berikut:

- **Hukum Arus Kirchhoff (HAK) -Kirchhoff's Current Law (KCL)**

– Setiap saat, jumlah aljabar arus di satu simpul adalah nol

- **Hukum Tegangan Kirchhoff (HTK) Kirchhoff's Voltage Law (KVL)**

– Setiap saat, jumlah aljabar tegangan dalam satu loop adalah nol

• 112

Relasi-relasi kedua hukum Kirchoff

HAK untuk simpul:

- simpul A: $-i_1 - i_2 = 0$
- simpul B: $+i_2 - i_3 - i_4 = 0$
- simpul C: $+i_1 + i_3 + i_4 = 0$

HTK untuk loop:

- loop 1: $-v_1 + v_2 + v_3 = 0$
- loop 2: $-v_3 + v_4 + v_5 = 0$
- loop 3: $-v_1 + v_2 + v_4 + v_5 = 0$

• 113

Contoh : HTK

a. $-v_s + v_1 + v_2 = 0 \rightarrow v_s = i_1 R_1 + i_2 R_2$

b. $-v_s + v_1 + v_L = 0 \rightarrow v_s = i_1 R_1 + L \frac{di_L}{dt}$

c. $-v_s + v_1 + v_C = 0 \rightarrow v_s = i_1 R_1 + \frac{1}{C} \int i_C dt$

d. $-v_s + v_1 + v_L + v_C = 0 \rightarrow v_s = i_1 R_1 + L \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C dt$

• 114

Contoh : HAK

a. $i_1 - i_2 - i_3 = 0 \rightarrow \frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = 0$

b. $i_1 - i_2 - i_L = 0 \rightarrow \frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{1}{L} \int v_L dt = 0$

c. $i_1 - i_C - i_3 = 0 \rightarrow \frac{v_1}{R_1} - C \frac{dv_C}{dt} - \frac{v_3}{R_3} = 0$

d. $i_1 - i_C - i_L = 0 \rightarrow \frac{v_1}{R_1} - C \frac{dv_C}{dt} - \frac{1}{L} \int v_L dt = 0$

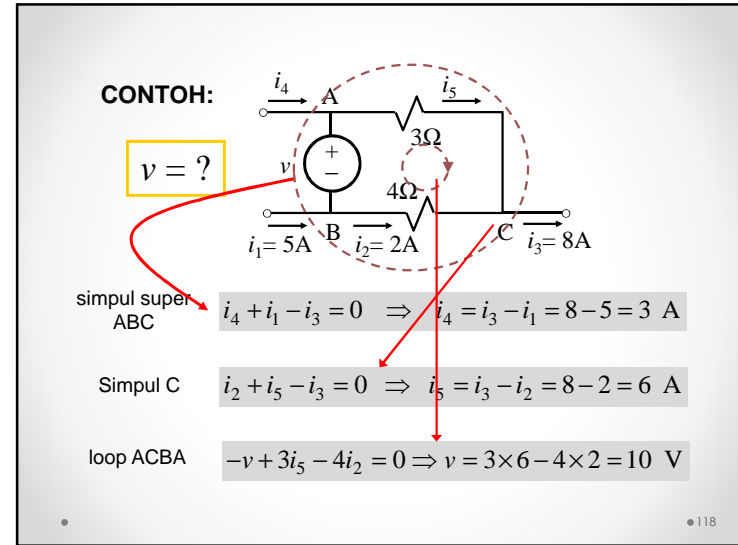
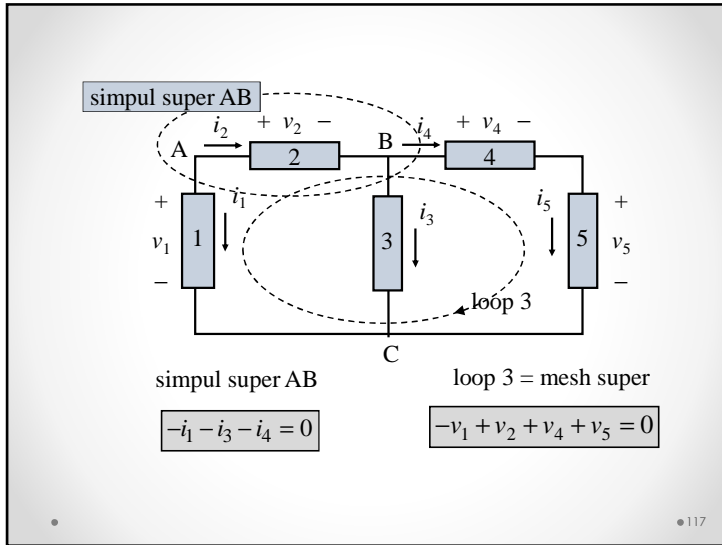
• 115

Pengembangan HTK dan HAK

Hukum Kirchoff dapat dikembangkan, tidak hanya berlaku untuk simpul ataupun loop sederhana saja, akan tetapi berlaku pula untuk *simpul super* maupun *loop super*

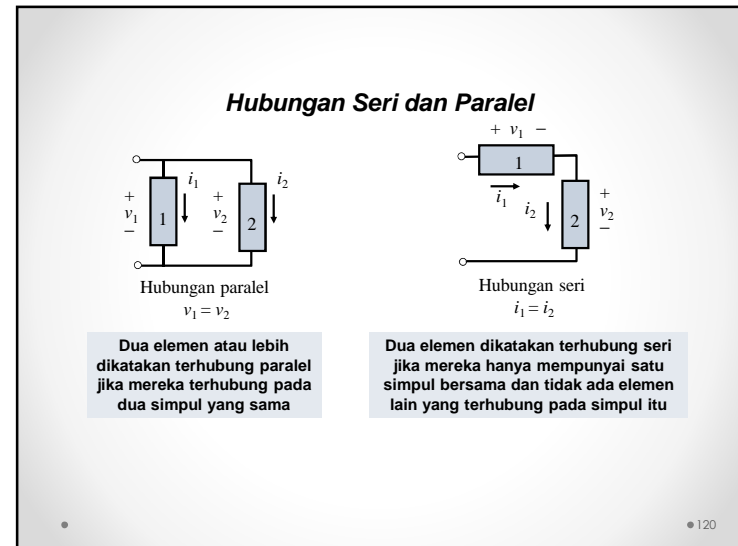
simpul super merupakan gabungan dari beberapa simpul
loop super merupakan gabungan dari beberapa loop

• 116



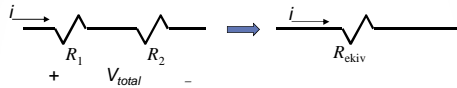
5. Kaidah-Kaidah Rangkaian

• 119



Rangkaian Ekuivalen Resistor Seri

Dua rangkaian disebut ekuivalen jika antara dua terminal tertentu, mereka mempunyai karakteristik *i-v* yang identik



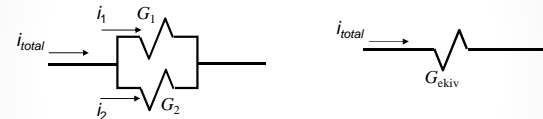
Resistansi Seri: $R_{ekiv} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$

$V_{total} = V_{R1} + V_{R2} + \dots = R_1 i + R_2 i + \dots$
 $= (R_1 + R_2 + \dots) i = R_{ekivalen} i$

• 121

Rangkaian Ekuivalen Resistor Paael

Dua rangkaian disebut ekuivalen jika antara dua terminal tertentu, mereka mempunyai karakteristik *i-v* yang identik

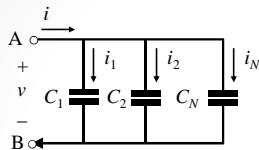


Konduktansi Paael: $G_{ekiv} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$

$i_{total} = i_{G1} + i_{G2} + \dots = G_1 v + G_2 v + \dots$
 $= (G_1 + G_2 + \dots) v = G_{ekivalen} v$

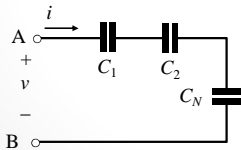
• 122

Kapasitansi Ekuivalen Kapasitor Paael



Kapasitor Paael:
 $C_{ek} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$

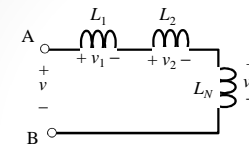
Kapasitansi Ekuivalen Kapasitor Seri



Kapasitor Seri:
 $\frac{1}{C_{ek}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$

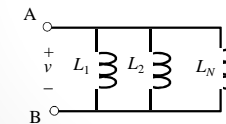
• 123

Induktansi Ekuivalen Induktor Seri



Induktor Seri:
 $L_{ek} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$

Induktansi Ekuivalen Induktor Paael



Induktor Paael:
 $\frac{1}{L_{ek}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$

• 124

CONTOH:

$v = 30 \sin(100 t) \text{ V}$

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} = \frac{50 + 100}{5000} = \frac{3}{100} \rightarrow C_{tot} = \frac{100}{3} \mu\text{F} = \frac{10^{-4}}{3} \text{ F}$$

$$\rightarrow i = C_{tot} \frac{dv}{dt} = \frac{10^{-4}}{3} \times 3000 \cos 100 t = 0,1 \cos 100 t \text{ A}$$

Jika kapasitor dihubungkan paralel :

$$C_{tot} = 100 + 50 = 150 \mu\text{F} = 0,15 \times 10^{-3} \text{ F}$$

$$\rightarrow i = C_{tot} \frac{dv}{dt} = 0,15 \times 10^{-3} \times 3000 \cos 100 t = 0,45 \cos 100 t \text{ A}$$

• 125

Sumber Ekuivalen

Dari sumber tegangan menjadi sumber arus $\rightarrow i_s = \frac{v_s}{R_1} \quad R_2 = R_1$

Dari sumber arus menjadi sumber tegangan $\leftarrow v_s = i_s R_2 \quad R_1 = R_2$

• 126

CONTOH:

• 127

Transformasi Y - Δ

Rangkaian mungkin terhubung Δ atau Y. Menggantikan hubungan Δ dengan hubungan Y yang ekuivalen, atau sebaliknya, dapat mengubah rangkaian menjadi hubungan seri atau paralel.

Ekuivalen Δ dari Y

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_2}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_3}$$

Ekuivalen Y dari Δ

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_C R_A}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

Dalam keadaan seimbang,

 $R_A = R_B = R_C \text{ atau } R_1 = R_2 = R_3$

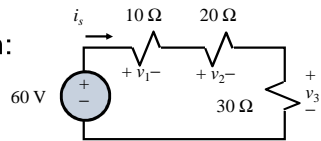
$R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$
 $R_\Delta = 3R_Y$

• 128

Kaidah Pembagi Tegangan

Pembagi Tegangan: $v_k = \left(\frac{R_k}{R_{total}} \right) v_{total}$

Contoh:



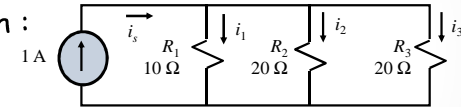
$v_1 = 10 \text{ V} ; v_2 = 20 \text{ V} ; v_3 = 30 \text{ V}$

• 129

Kaidah Pembagi Arus

Pembagi Arus: $i_k = \left(\frac{G_k}{G_{total}} \right) i_{total}$

Contoh:



$i_1 = \frac{G_1}{G_{tot}} i_s = \frac{(1/10)}{(1/10) + (1/20) + (1/20)} \times 1 = 0,5 \text{ A}$
 $i_2 = \frac{G_2}{G_{tot}} i_s = 0,25 \text{ A} ; i_3 = \frac{G_3}{G_{tot}} i_s = 0,25 \text{ A}$

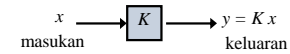
• 130

6. Teorema Rangkaian

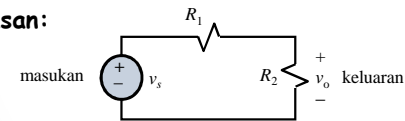
131

Proporsionalitas

Keluaran dari suatu rangkaian linier adalah proporsional terhadap masukannya



Penjelasan:

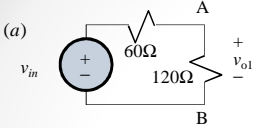


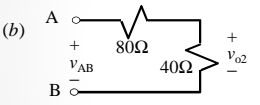
$v_o = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) v_s$

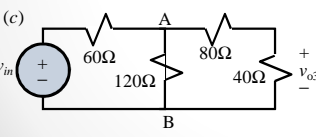
$K = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$

• 132

CONTOH:

(a)  $v_{o1} = \left(\frac{120}{120 + 60}\right) v_{in} = (2/3) v_{in}; K_1 = (2/3)$

(b)  $v_{o2} = \left(\frac{40}{40 + 80}\right) v_{AB} = (1/3) v_{AB} \rightarrow K_2 = 1/3$

(c)  $v_{o3} = \left(\frac{40}{40 + 80}\right) v_{AB}$
 $= \left(\frac{40}{40 + 80}\right) \left(\frac{120 \parallel (40 + 80)}{120 \parallel (40 + 80) + 60}\right) v_{in}$
 $= (1/3) \times (1/2) = 1/6 v_{in}$
 $\Rightarrow K_3 = (1/6)$

Prinsip Superposisi

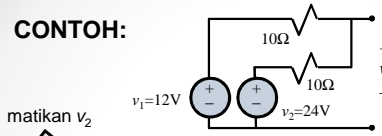
Keluaran dari suatu rangkaian linier yang dicatu oleh lebih dari satu sumber adalah jumlah keluaran dari masing-masing sumber jika masing-masing sumber bekerja sendiri-sendiri

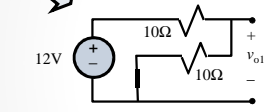
Suatu sumber bekerja sendiri apabila sumber-sumber yang lain dimatikan

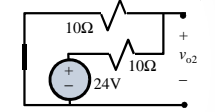
Cara mematikan sumber:

- Mematikan *sumber tegangan* berarti membuat tegangan sumber itu menjadi nol, artinya sumber ini menjadi *hubungan singkat*.
- Mematikan *sumber arus* adalah membuat arus sumber menjadi nol, artinya sumber ini menjadi *hubungan terbuka*.

CONTOH:



matikan v_2  $v_{o1} = \frac{10}{10+10} \times 12 \text{ V} = 6 \text{ V}$

matikan v_1  $v_{o2} = \frac{10}{10+10} \times 24 \text{ V} = 12 \text{ V}$

Keluaran v_o jika kedua sumber bekerja bersama adalah:

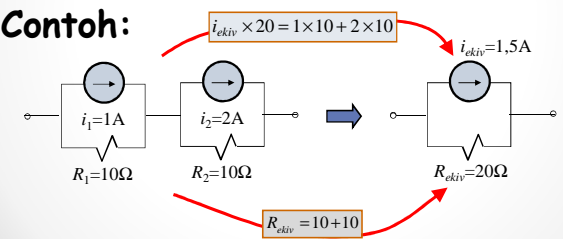
$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = 6 + 12 = 18 \text{ V}$$

Teorema Millman

Apabila beberapa sumber arus i_k yang masing-masing memiliki resistansi paralel R_k dihubungkan seri, maka hubungan seri tersebut dapat digantikan dengan satu sumber arus ekuivalen i_{ekiv} dengan resistansi paralel ekuivalen R_{ekiv} , sedemikian sehingga

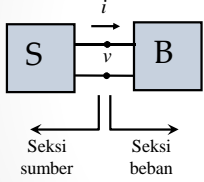
$$i_{ekiv} R_{ekiv} = \sum R_k i_k \quad \text{dan} \quad R_{ekiv} = \sum R_k$$

Contoh:



$i_{ekiv} \times 20 = 1 \times 10 + 2 \times 10$
 $i_{ekiv} = 1,5 \text{ A}$
 $R_{ekiv} = 10 + 10$

Suatu rangkaian bisa dipandang terdiri dari dua seksi



Seksi sumber Seksi beban

Teorema Thévenin

Jika rangkaian seksi sumber pada hubungan dua-terminal adalah linier, maka sinyal pada terminal interkoneksi tidak akan berubah jika rangkaian seksi sumber itu diganti dengan rangkaian ekuivalen Thévenin

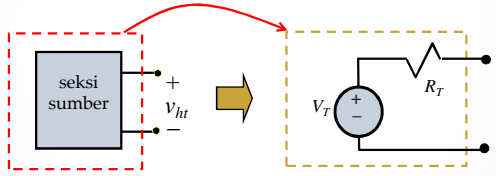
Teorema Norton

Jika rangkaian seksi sumber pada hubungan dua-terminal adalah linier, maka sinyal pada terminal interkoneksi tidak akan berubah jika rangkaian seksi sumber itu diganti dengan rangkaian ekuivalen Norton

• 137

Rangkaian ekuivalen Thévenin

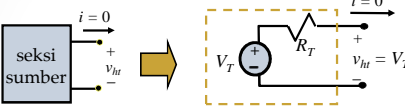
Seksi sumber dari suatu rangkaian dapat digantikan oleh Rangkaian ekuivalen Thévenin yaitu rangkaian yang terdiri dari satu sumber tegangan V_T yang terhubung seri dengan resistor R_T



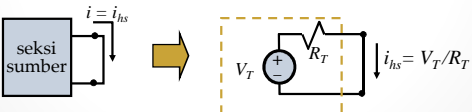
• 138

Cara Menentukan V_T dan R_T

Untuk mencari V_T : lepaskan beban sehingga seksi sumber menjadi terbuka. Tagangan terminal terbuka v_{ht} inilah V_T



Untuk mencari R_T : hubung singkatlah terminal beban sehingga seksi sumber menjadi terhubung singkat dan mengalir arus hubung singkat i_{hs} . R_T adalah V_T dibagi i_{hs} .



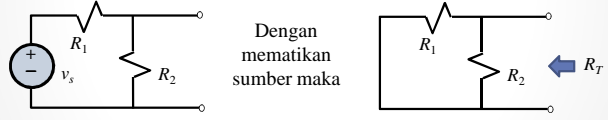
Jadi dalam Rangkaian ekuivalen Thevenin : $V_T = v_{ht}$ dan $R_T = v_{ht} / i_{hs}$

• 139

Cara lain mencari R_T

Cara lain yang lebih mudah untuk menentukan R_T adalah dengan melihat resistansi dari terminal beban ke arah seksi sumber dengan semua sumber dimatikan.

Penjelasan:



Dengan mematikan sumber maka $R_T = R_1$ paralel dengan R_2

• 140

Rangkaian ekuivalen Norton

Seksi sumber suatu rangkaian dapat digantikan dengan **Rangkaian ekuivalen Norton** yaitu rangkaian yang terdiri dari satu sumber arus I_N yang terhubung paralel dengan resistor R_N

Rangkaian ekuivalen Norton dapat diperoleh dari rangkaian ekuivalen Thévenin dan demikian juga sebaliknya. Hal ini sesuai dengan kaidah ekuivalensi sumber.

• 141

Rangkaian ekuivalen Thévenin

$$V_T = v_{ht}$$

$$R_T = v_{ht} / i_{hs}$$

Rangkaian ekuivalen Norton

$$I_N = I_{hs}$$

$$R_N = v_{ht} / i_{hs}$$

$R_T = R_N$ yang dilihat dari terminal ke arah seksi sumber dengan semua sumber mati

$R_T = R_N$

• 142

CONTOH: Rangkaian Ekuivalen Thévenin

$$V_T = V_{AB} = V_{A'B} = \frac{20}{20 + 20} \times 24 = 12 \text{ V}$$

$$R_T = 10 + \frac{20 \times 20}{20 + 20} = 20 \Omega$$

• 143

Alih Daya Maksimum

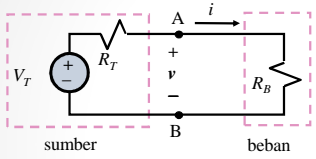
Ada empat macam keadaan hubungan antara seksi sumber dan seksi beban

- Sumber tetap, beban bervariasi
- Sumber bervariasi, beban tetap
- Sumber bervariasi, beban bervariasi
- Sumber tetap, beban tetap

Dalam membahas alih daya maksimum, yaitu daya maksimum yang dapat dialihkan (*ditransfer*) ke beban, kita hanya meninjau keadaan yang pertama

• 144

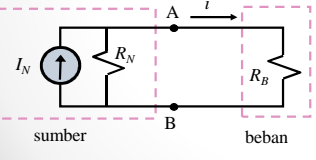
Kita menghitung alih daya maksimum melalui rangkaian ekuivalen Thévenin atau Norton



Rangkaian sumber tegangan dengan resistansi Thévenin R_T akan memberikan daya maksimum kepada resistansi beban R_B bila $R_B = R_T$

$$P_{maks} = \left[\frac{V_T}{2} \right] \left[\frac{V_T}{2R_T} \right] = \frac{V_T^2}{4R_T}$$

sumber beban



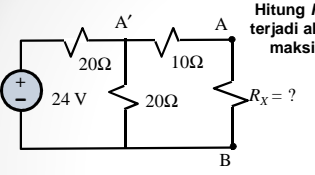
Rangkaian sumber arus dengan resistansi Norton R_N akan memberikan daya maksimum kepada resistansi beban R_B bila $R_B = R_N$

$$P_{maks} = \left[\frac{I_N}{2} \right]^2 R_B = \frac{I_N^2 R_N}{4}$$

sumber beban

● 145

CONTOH:



Hitung R_X agar terjadi alih daya maksimum

Lepaskan R_X hitung R_T, V_T

$$R_T = 10 + \frac{20 \times 20}{20 + 20} = 20 \Omega$$

$$V_T = \frac{20}{20 + 20} \times 24 = 12 \text{ V}$$

Hubungkan kembali R_X

Alih daya ke beban akan maksimum jika $R_X = R_T = 20 \Omega$

dan besar daya maksimum yang bisa dialihkan adalah

$$P_{X \text{ maks}} = \frac{(12)^2}{4 \times 20} = 1,8 \text{ W}$$

● 146

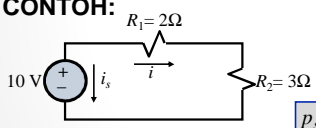
Teorema Tellegen

Dalam suatu rangkaian, jika v_k mengikuti hukum tegangan Kirchhoff (HTK) dan i_k mengikuti hukum arus Kirchhoff (HAK), maka:

$$\sum_{k=1}^N v_k \times i_k = 0$$

Teorema ini menyatakan bahwa di setiap rangkaian listrik harus ada perimbangan yang tepat antara daya yang diserap oleh elemen pasif dengan daya yang diberikan oleh elemen aktif. Hal ini sesuai dengan prinsip konservasi energi.

CONTOH:



$$i = \left(\frac{10}{2 + 3} \right) = 2 \text{ A} \quad i_s = -2 \text{ A}$$

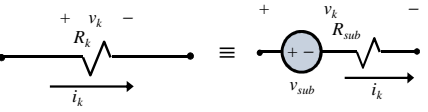
$$P_{sumber} = v_s i_s = -20 \text{ W} \quad (\text{memberi daya})$$

$$P_{beban} = P_1 + P_2 = i^2 R_1 + i^2 R_2 = 8 + 12 = 20 \text{ W} \quad (\text{menyerap daya})$$

● 147

Teorema Substitusi

Suatu cabang rangkaian antara dua simpul dapat disubstitusi oleh cabang baru tanpa mengganggu arus dan tegangan di cabang-cabang yang lain asalkan tegangan dan arus antara kedua simpul tersebut tidak berubah



$$v_{sub} = v_k - R_{sub} \times i_k$$

● 148

7. Metoda Analisis Dasar

Metoda Reduksi Rangkaian

$$v_x = \left(\frac{10}{15+10+15} \right) \times 6 = 1,5 \text{ V}$$

Metoda Unit Output

Misalkan $v_o = 1 \text{ V} \rightarrow i_5 = \frac{v_o}{10} = 0,1 \text{ A} \rightarrow v_B = 0,1(30 + 10) = 4 \text{ V}$

$i_4 = \frac{v_B}{20} = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ A} \rightarrow i_3 = i_4 + i_5 = 0,3 \text{ A} \rightarrow v_A = v_B + i_3 \times 20 = 10 \text{ V}$

$i_2 = \frac{v_A}{20} = 0,5 \text{ A} \rightarrow i_1 = i_2 + i_3 = 0,8 \text{ A} \rightarrow v_s = v_A + i_1 \times 20 = 10 + 0,8 \times 20 = 18 \text{ V}$

$$K = \frac{v_o}{v_s} = \frac{1}{18} \quad v_o(\text{seharusnya}) = K \times 36 = 2 \text{ V}$$

Metoda Superposisi

$$V_{o1} = \frac{10}{10+20} \times 30 = 10 \text{ V}$$

$$V_{o2} = \left(\frac{20}{20+10} \times 1,5 \right) \times 10 = 10 \text{ V}$$

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = 20 \text{ V}$$

Metoda Rangkaian Ekuivalen Thévenin

Lepaskan beban di AB, sehingga AB terbuka, $i_3 = 0$

$$V_T = v_{AB} \text{ ht} = v_{A'B}$$

$$= \frac{20}{20+20} \times 30 = 15 \text{ V}$$

$$R_T = 10 + \frac{20 \times 20}{20+20} = 20 \Omega$$

$$v_o = \frac{10}{10+20} \times 15 = 5 \text{ V}$$

153

Aplikasi Metoda Analisis Dasar pada Rangkaian Dengan Sumber Tak-Bebas Tanpa Umpan Balik

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_s} v_s$$

$$v_o = \mu v_1 = \frac{\mu R_1}{R_1 + R_s} v_s$$

154

8. Metoda Analisis Umum

155

Metoda Tegangan Simpul (Node Voltage Method)

Dasar

Arus yang mengalir di cabang rangkaian dari suatu simpul M ke simpul X adalah

$$i_{MX} = G (v_M - v_X)$$

Menurut HAK, jika ada k cabang yang terhubung ke simpul M, maka jumlah arus yang keluar dari simpul M adalah

$$\sum i_M = 0 = \sum_{i=1}^k G_i (v_M - v_i) = v_M \sum_{i=1}^k G_i - \sum_{i=1}^k G_i v_i$$

156

Kasus-Kasus

$v_A(G_1 + G_2 + G_3) - v_B G_1 - v_C G_2 - v_D G_3 = 0$

$v_A(G_1 + G_2) - I_s - v_B G_1 - v_C G_2 = 0$
(nilai arus langsung dimasukkan ke persamaan)

$v_A - v_D = V_s$ (persamaan simpul super AD)
dan
 $v_A(G_1 + G_2) + v_D(G_3 + G_4) - v_B G_1 - v_C G_2 - v_E G_3 - v_F G_4 = 0$

• 157

CONTOH:

$v_A(G_1) - 0.4 - v_B(G_1) = 0$
 $v_B(G_1 + G_2 + G_3) - v_A(G_1) - v_C(G_3) = 0$
 $v_C(G_3 + G_4 + G_5) - v_B(G_3) - v_D(G_5) = 0$
 $v_D(G_5 + G_6) - v_C(G_5) = 0$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{20} & -\frac{1}{20} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{20} & \frac{1}{20} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 11 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 16 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow v_D = -1 \text{ V} \rightarrow v_C = \frac{16 + 6 \times v_D}{11} = \frac{16 + 6}{11} = 2 \text{ V} \rightarrow v_B = \frac{8 + 2 \times v_C}{3} = \frac{8 + 4}{3} = 4 \text{ V} \rightarrow v_A = 8 + v_B = 12 \text{ V}$

• 158

CONTOH:

Simpul super

Simpul super $\begin{cases} v_A(G_3 + G_1) - v_B G_1 = 0 \\ v_B(G_1 + G_2) + v_C(G_4 + G_5) - v_A G_1 - v_D G_5 = 0 \\ v_B - v_C = -15 \\ v_D(G_5 + G_6) - v_C G_5 = 0 \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10} + \frac{1}{20} & -\frac{1}{20} & 0 & 0 \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{20} + \frac{1}{20} & \frac{1}{20} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 9 & -6 \\ 0 & 0 & -14 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

• 159

Metoda Arus Mesh (Mesh Current Method)

- Arus mesh bukanlah pengertian yang berbasis pada sifat fisis rangkaian melainkan suatu peubah yang digunakan dalam analisis rangkaian.
- Metoda ini hanya digunakan untuk rangkaian planar; referensi arus mesh di semua mesh mempunyai arah yang sama (misalnya dipilih searah putaran jarum jam).

• 160

Dasar

Tegangan di cabang yang berisi resistor R_y yang menjadi anggota mesh X dan mesh Y adalah

$$v_{xy} = R_y (I_x - I_y)$$

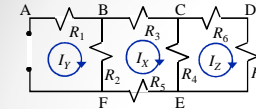
Sesuai dengan HTK, suatu mesh X yang terbentuk dari m cabang yang masing-masing berisi resistor, sedang sejumlah n dari m cabang ini menjadi anggota dari mesh lain, berlaku

$$0 = I_x \sum_{x=1}^{m-n} R_x + \sum_{y=1}^n R_y (I_x - I_y) = I_x \left(\sum_{x=1}^{m-n} R_x + \sum_{y=1}^n R_y \right) - \sum_{y=1}^n I_y R_y$$

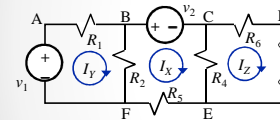
I_x = arus mesh X; R_x = resistansi cabang mesh X yang tidak menjadi anggota mesh Y; I_y = arus mesh Y; R_y = resistansi cabang mesh Y.

• 161

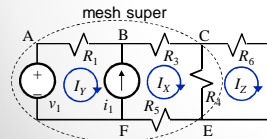
Kasus-Kasus



Mesh BCEFB :
 $I_x (R_2 + R_3 + R_4 + R_5) - I_y R_2 - I_z R_4 = 0$
 Mesh CDEC :
 $I_z (R_4 + R_6 + R_7) - I_x R_4 = 0$



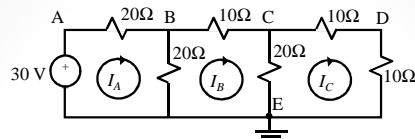
Mesh ABFA :
 $I_y (R_1 + R_2) - I_x R_2 - v_1 = 0$
 Mesh BCEFB :
 $I_x (R_2 + R_4 + R_5) - I_y R_2 - I_z R_4 + v_2 = 0$



mesh super ABCEFA :
 $I_y R_1 + I_x (R_3 + R_4 + R_5) - v_1 - I_z R_4 = 0$
 cabang BF :
 $I_x - I_y = i_1$

• 162

CONTOH:



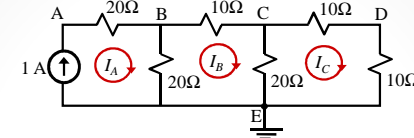
Mesh ABEA : $I_A (20 + 20) - I_B 20 - 30 = 0$
 Mesh BCEB : $I_B (20 + 10 + 20) - I_A 20 - I_C 20 = 0$
 Mesh CDEC : $I_C (20 + 10 + 10) - I_B 20 = 0$

$$\begin{bmatrix} 40 & -20 & 0 \\ -20 & 50 & -20 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$I_C = 0,25 \text{ A} \quad I_B = 0,5 \text{ A} \quad I_A = 1 \text{ A}$

• 163

CONTOH:



Mesh ABEA : $I_A = 1$
 Mesh BCEB : $I_B (20 + 10 + 20) - I_A (20) - I_C (20) = 0$
 Mesh CDEC : $I_C (20 + 10 + 10) - I_B (20) = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -20 & 50 & -20 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$I_C = 0,25 \text{ A} \quad I_B = 0,5 \text{ A} \quad I_A = 1 \text{ A}$

• 164

CONTOH: mesh super

mesh super

$$\begin{cases} I_A(20 + 20) + I_B(10 + 20) - I_C(20) = 0 \\ I_A - I_B = -1 \\ I_C(20 + 10 + 10) - I_B(20) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 40 & 30 & -20 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 0 & -7 & 2 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$I_C = 1/3 \text{ A} \quad I_B = 2/3 \text{ A} \quad I_A = -1/3 \text{ A}$

• 165

Aplikasi Metoda Analisis Umum pada Rangkaian Sumber Tak-Bebas Dengan Umpan Balik

Tidak seperti rangkaian tanpa umpan balik yang dapat dianalisis menggunakan metoda dasar, rangkaian jenis ini dianalisis dengan menggunakan metoda tegangan simpul atau arus mesh

A: $v_A = 1\text{V}$
 B: $\frac{v_B - v_A}{10} + \frac{v_B - v_C}{R_F} = 0$
 C: $v_C = -100v_1$
 D: $\frac{v_D - v_C}{5} + \frac{v_D}{1} = 0 \quad v_C = 6v_D$

$v_1 = -\frac{v_C}{100} = -0,06v_D$ Agar $v_D = -10\text{ V}$, maka $v_1 = 0,6\text{ V}$

$\frac{0,6 - 1}{10} + \frac{0,6 + 100 \times 0,6}{R_F} = 0 \Rightarrow R_F = 1515\text{ k}\Omega \approx 1,5\text{ M}\Omega$

• 166

9. Rangkaian Pemroses Energi (Arus Searah)

• 167

Alat Ukur

Alat pengukur tidak bisa dibuat besar karena harus ringan agar dapat bereaksi dengan cepat. Alat ukur yang kecil ini harus ditingkatkan kemampuannya, dengan mempertahankan massanya tetap kecil.

Pengukur Tegangan Searah

Bagian pengukur hanya mampu menahan tegangan $50 \times 10 = 500\text{ mV}$

Alat ini harus mampu mengukur tegangan 750 V.

Untuk itu dipasang resistor seri R_s agar tegangan total yang diukur 750 V tetapi bagian pengukur tetap hanya dibebani tegangan 500 mV

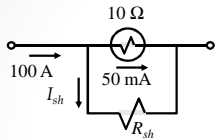
Kita harus menghitung berapa R_s yang harus dipasang.

$$\rightarrow \frac{750}{R_s + 10} = 50 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow R_s = \frac{750}{50 \times 10^{-3}} - 10 = 14990\Omega$$

• 168

Pengukur Arus Searah



Bagian pengukur hanya mampu dialiri arus 50 mA
 Alat ini harus mampu mengukur arus 100 A.

Untuk itu dipasang resistor paralel R_{sh} , agar sebagian besar arus total yang diukur mengalir di R_{sh} sedangkan bagian pengukur tetap hanya dialiri arus 50 mA

Kita harus menghitung berapa R_{sh} yang harus dipasang.

$$\begin{aligned} \rightarrow I_{sh} + 50 \times 10^{-3} &= 100 \\ \rightarrow I_{sh} R_{sh} &= 10 \times 50 \times 10^{-3} \\ \Rightarrow R_{sh} &= \frac{10 \times 50 \times 10^{-3}}{100 - 50 \times 10^{-3}} = 0,005 \Omega \end{aligned}$$

• 169

Pengukuran Resistansi

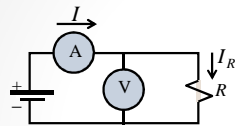
Hubungan antara tegangan dan arus resistor adalah $V_R = R i_R$ atau $R = \frac{V_R}{i_R}$

Dengan hubungan ini maka resistansi R dapat dihitung dengan mengukur tegangan dan arus resistor.

Ada dua kemungkinan rangkaian pengukuran yang dapat kita bangun seperti terlihat pada diagram rangkaian berikut.

• 170

Rangkaian A

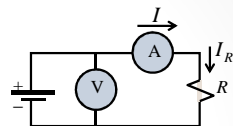


$$I_R = I - \frac{V}{R_V}$$

R_V : resistansi voltmeter

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V}{I - (V/R_V)}$$

Rangkaian B



$$V_R = V - I R_A$$

R_A : resistansi amperemeter

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V - I R_A}{I} = \frac{V}{I} - R_A$$

• 171

Saluran Daya

Energi disalurkan ke beban melalui saluran. Pada umumnya saluran mengandung resistansi. Oleh karena itu sebagian dari energi yang dikirim oleh sumber akan berubah menjadi panas di saluran.

Daya yang diserap saluran adalah

$$I_s^2 R_s$$

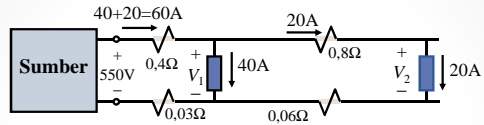
I_s adalah arus saluran dan R_s adalah resistansi saluran

I_s dan R_s ini pula yang menyebabkan terjadinya tegangan jatuh di saluran

Berikut ini satu contoh penyaluran daya dari satu sumber ke dua beban

• 172

Contoh:



Daya yang diserap saluran adalah

$$P_{saluran} = 60^2(0,4 + 0,03) + 20^2(0,8 + 0,06) = 1892 \text{ W} = 1,89 \text{ kW}$$

Tegangan di beban adalah

$$V_1 = 550 - 60(0,4 + 0,03) = 524,2 \text{ V}$$

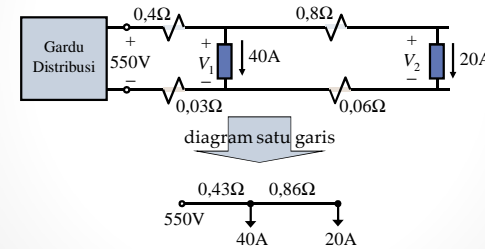
$$V_2 = V_1 - 20(0,8 + 0,06) = 507 \text{ V}$$

• 173

Diagram Satu Garis

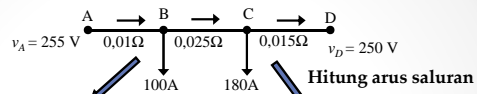
Dalam ketenagalistrikan, rangkaian listrik biasa dinyatakan dengan diagram yang lebih sederhana yaitu diagram satu garis.

Rangkaian dalam contoh sebelumnya dinyatakan dengan diagram satu garis sebagai berikut:



• 174

CONTOH:



$$\frac{V_B - V_A}{2 \times 0,01} + 100 + \frac{V_B - V_C}{2 \times 0,025} = 0$$

$$V_B \left(\frac{1}{0,02} + \frac{1}{0,05} \right) + 100 - \frac{255}{0,02} - \frac{V_C}{0,05} = 0$$

$$70 V_B - 20 V_C = 12650$$

$$\Rightarrow V_B = 251,3 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_C = 247,1 \text{ V}$$

$$\frac{V_C - V_B}{2 \times 0,025} + 180 + \frac{V_C - V_D}{2 \times 0,015} = 0$$

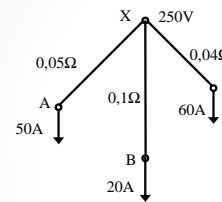
$$V_C \left(\frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,03} \right) + 180 - \frac{250}{0,03} - \frac{V_B}{0,05} = 0$$

$$53,3 V_C - 20 V_B = 8153,3$$

$$I_{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_{AB}} = \frac{255 - 251,3}{0,02} = 185 \text{ A}; I_{BC} = I_{AB} - 100 = 85 \text{ A}; I_{DC} = 180 - I_{BC} = 95 \text{ A}$$

• 175

Contoh:



$$V_A = V_X - 0,05 \times 50 = 247,5 \text{ V}$$

$$V_B = 250 - 0,1 \times 20 = 248 \text{ V}$$

$$V_C = 250 - 0,04 \times 60 = 247,6 \text{ V}$$

Daya yang diserap saluran

$$P_{XA} = (50)^2 \times 0,05 = 125 \text{ W}$$

$$P_{XB} = (20)^2 \times 0,1 = 40 \text{ W}$$

$$P_{XC} = (60)^2 \times 0,04 = 144 \text{ W}$$

• 176

Contoh:

$$V_A \left(\frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,1} \right) + 50 - \frac{V_B}{0,1} - \frac{V_X}{0,05} = 0$$

$$V_B \left(\frac{1}{0,1} + \frac{1}{0,1} + \frac{1}{0,15} \right) + 20 - \frac{V_A}{0,1} - \frac{V_C}{0,15} - \frac{V_X}{0,1} = 0$$

$$V_C \left(\frac{1}{0,04} + \frac{1}{0,15} \right) + 60 - \frac{V_B}{0,15} - \frac{V_X}{0,04} = 0$$

$$30 V_A + 50 - 10 V_B - 5000 = 0$$

$$\frac{80}{3} V_B + 20 - 10 V_A - \frac{20}{3} V_C - 2500 = 0$$

$$\frac{95}{3} V_C + 60 - \frac{20}{3} V_B - 6250 = 0$$

$$V_X = 250 \text{ V; hitung } V_A, V_B, V_C$$

3	-1	0	V_A	=	495
0	7	-2	V_B	=	1239
0	0	125	V_C	=	30954

30	-10	0	V_A	=	4950
-30	80	-20	V_B	=	7440
0	-20	95	V_C	=	18570

$$V_C = 247,63 \text{ V; } V_B = \frac{1239 + 2 \times 247,64}{7} = 247,75 \text{ V; } V_A = \frac{495 + 247,75}{3} = 247,58 \text{ V}$$

Contoh:

0,01	0,02	0,02	0,01	0,03	0,01	I_1	=	0
-1	0	0	0	0	1	I_2	=	-70
1	-1	0	0	0	0	I_3	=	30
0	1	-1	0	0	0	I_4	=	-80
0	0	1	-1	0	0	I_5	=	60
0	0	0	1	-1	0	I_6	=	-60

1	2	2	1	3	1	I_1	=	0
0	2	2	1	3	2	I_2	=	-70
0	0	2	1	3	4	I_3	=	-150
0	0	0	1	3	6	I_4	=	-390
0	0	0	0	3	7	I_5	=	-450
0	0	0	0	0	1	I_6	=	-81

Hitung arus di saluran

$$I_6 = -81 \text{ A; } I_5 = 39 \text{ A; } I_4 = -21 \text{ A; } I_3 = 39 \text{ A; } I_2 = -41 \text{ A; } I_1 = -11 \text{ A}$$

10. Rangkaian Pemroses Sinyal

Rangkaian Dengan Dioda Rangkaian Dengan OP AMP

179

Rangkaian Dengan Dioda

Dioda Ideal

nyata

ideal

Dioda konduksi : $i_D > 0, v_D = 0$
Dioda tak konduksi : $i_D = 0, v_D < 0$

Dioda konduksi : $i_D > 0, v > v_a$
Dioda tak konduksi : $i_D = 0, v < v_a$

180

Penyearah Setengah Gelombang

$$I_{as} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{V_m \sin \omega t}{R_L} d(\omega t) + 0$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{V_m}{R_L} [\cos \omega t]_0^{\pi} = \frac{V_m}{\pi R_L} = \frac{I_m}{\pi}$$

Jika $v = 220 \sin \omega t$ sedangkan $R = 5k\Omega$,
maka $I_{as} = 220/5000\pi = 0,014 \text{ A}$

● 181

Penyearah Gelombang Penuh

Rangkaian Jembatan

Rangkaian Dengan Transformator ber-titik-tengah

$$I_{as} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R_L} = \frac{2I_m}{\pi}$$

● 182

Filter Kapasitor

Waktu dioda konduksi, kapasitor terisi sampai $v_c = v_{maks}$.

Waktu tegangan menurun, dioda tidak konduksi. Terjadi loop tertutup RC seri.

$$v_c = v_R \quad v_R = Ri_R = R(-i_c) = -RC \frac{dv_c}{dt}$$

$$\rightarrow v_c + RC \frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_c}{v_c} = -\frac{1}{RC} dt$$

$$\Rightarrow v_c = v_{c0} e^{-(1/RC)t}$$

C yang diperlukan

$$\Delta q_c = C \Delta v_c = I_{as}(T - \Delta T) \approx I_{as}T$$

$$\Rightarrow C = \frac{I_{as}T}{\Delta v_c} = \frac{I_{as}}{f \Delta v_c} = \frac{V_{as}}{Rf \Delta v_c}$$

● 183

Pemotong Gelombang

Dioda	i	v_R
konduksi	$i = \frac{v_1 - V}{R} > 0$	$v_R = iR = v_1 - V$
tak konduksi	0	0

$v_R = v_1 - V$, dengan bagian negatif ditiadakan oleh dioda

● 184

CONTOH:

Dioda	v_s	v_2
konduksi	$v_A = -2 \text{ V}$ $v_s < -2 \text{ V}$	$v_2 = -2 \text{ V}$
tak konduksi	$v_s = v_A$	$v_2 = v_s$

● 185

CONTOH:

D ₁	D ₂	v_p		i_B
konduksi	tak konduksi	$v_p = 1,7$ $v_p < 0,7$	tak mungkin	
tak konduksi	konduksi	$v_p < 1,7$ $v_p = 0,7$	mungkin	$i_B = \frac{4,7 - 0,7}{1} \text{ mA}$
konduksi	konduksi	$v_p = 1,7$ $v_p = 0,7$	tak mungkin	
tak konduksi	tak konduksi			

● 186

Rangkaian Dengan Op Amp

Penguat Operasional (OP AMP)

Diagram disederhanakan

v_p = tegangan masukan non-inversi;
 v_N = tegangan masukan inversi;
 v_o = tegangan keluaran;

i_p = arus masukan non-inversi;
 i_N = arus masukan inversi;
 i_o = arus keluaran;

$+V_{CC}$: catu daya positif
 $-V_{CC}$: catu daya negatif

● 187

Karakteristik Alih OpAmp

$v_o = \mu(v_p - v_N)$

μ disebut *gain loop terbuka* (open loop gain)

Parameter	Rentang nilai	Nilai ideal
μ	$10^5 + 10^8$	∞
R_i	$10^6 + 10^{13} \Omega$	$\infty \Omega$
R_o	$10 + 100 \Omega$	0Ω
$\pm V_{CC}$	$\pm 12 + \pm 24 \text{ V}$	

Nilai μ sangat besar, biasanya lebih dari 105. Selama nilai netto ($v_p - v_N$) cukup kecil, v_o akan proporsional terhadap masukan. Akan tetapi jika $\mu(v_p - v_N) > V_{CC}$, OP AMP akan jenuh; tegangan keluaran tidak akan melebihi tegangan catu $\pm V_{CC}$.

● 188

Model Ideal OP AMP

$|v_o| \leq |V_{CC}|$
 atau
 $|\mu(v_p - v_N)| \leq |V_{CC}| \Rightarrow |(v_p - v_N)| \leq \frac{|V_{CC}|}{\mu}$

Karena μ sangat besar, dapat dianggap $\mu = \infty$,
 sedangkan V_{CC} tidak lebih dari 24 Volt, maka
 $(V_{CC}/\mu) = 0$ sehingga $v_p = v_N$.
 R_i dapat dianggap ∞ sehingga arus masuk di
 kedua terminal masukan dapat dianggap nol,
 $i_p = i_N = 0$. Jadi untuk OP AMP ideal :

$v_p = v_N$
 $i_p = i_N = 0$

● 189

Penguat Non-Inversi

$v_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o$
 $v_p = v_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_o = v_s$
 $v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_s$
 $K = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$

● 190

CONTOH:

$v_B = ? \quad i_B = ? \quad p_B = ?$
 $v_p = v_N$
 $i_p = 0 = \frac{5 - v_p}{2000} \rightarrow v_p = 5 \text{ V} = v_N$
 $v_N = \frac{1}{3} v_o \quad v_o = 3v_N = 15 \text{ V}$
 $v_B = v_o = 15 \text{ V} \quad ; \quad i_B = \frac{v_B}{R_B} = 15 \text{ mA} \quad ; \quad p_B = v_B i_B = 225 \text{ mW}$

Resistansi masukan : $R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{5}{i_{in}} = \infty$ karena $i_{in} = i_p = 0$

● 191

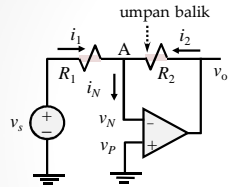
CONTOH:

$v_o = ?$
 $V_T = \frac{R_5}{R_4 + R_5} v_s \quad ; \quad R_T = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$
 $v_p = V_T = \frac{R_5}{R_4 + R_5} v_s \rightarrow \frac{R_5}{R_4 + R_5} v_s = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$
 $v_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \rightarrow \frac{v_o}{v_s} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} \times \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

Resistansi masukan $R_{in} = \frac{v_s}{i_{in}} = R_4 + R_5$

● 192

Rangkaian Penguat Inversi

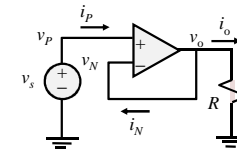


$$v_N \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + i_N - \frac{v_s}{R_1} - \frac{v_o}{R_2} = 0$$

$$\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} = 0 \quad \text{sehingga} \quad v_o = - \left(\frac{R_2}{R_1} \right) v_s$$

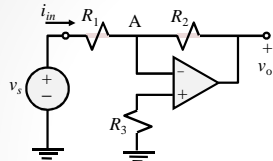
• 193

Rangkaian Penyangga (buffer)



• 194

CONTOH:



$$v_N \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + i_N - \frac{v_s}{R_1} - \frac{v_o}{R_2} = 0$$

$$\frac{-v_s}{R_1} + \frac{-v_o}{R_2} = 0 \rightarrow \frac{v_o}{v_s} = - \frac{R_2}{R_1}$$

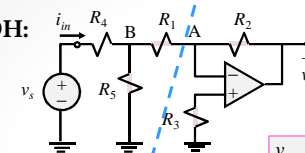
$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_s}{v_s/R_1} = R_1$$

$$R_m = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_s}{(v_s - v_o)/(R_1 + R_2)}$$

$$R_m = \frac{v_s}{v_s(1 - v_o/v_s)/(R_1 + R_2)} = \frac{1}{(1 + R_2/R_1)/(R_1 + R_2)} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)/(R_1 + R_2)}$$

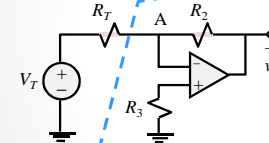
• 195

CONTOH:



$$\frac{v_o}{V_T} = - \frac{R_2}{R_T} = - \frac{R_2}{R_1 + (R_4 \parallel R_5)}$$

$$\begin{aligned} \frac{v_o}{v_s} &= \frac{v_o}{V_T} \times \frac{V_T}{v_s} = - \frac{R_2}{R_1 + R_4 \parallel R_5} \times \frac{R_5}{R_4 + R_5} \\ &= - \frac{R_2 R_5}{(R_1 R_5 + R_1 R_4 + R_4 R_5)} \end{aligned}$$



$$V_T = \frac{R_5}{R_4 + R_5} v_s ; R_T = R_1 + (R_4 \parallel R_5)$$

$$\begin{aligned} R_{in} &= \frac{v_s}{i_{in}} = R_4 + R_1 \parallel R_5 \\ &= \frac{R_4(R_1 + R_5) + R_1 R_5}{R_1 + R_5} \end{aligned}$$

• 196

Penjumlah

$$v_N \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_F} \right) + i_N - \frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_o}{R_F} = 0$$

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_o}{R_F} = 0$$

$$v_o = -R_F \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right) = -\frac{R_F}{R_1} v_1 - \frac{R_F}{R_2} v_2 = K_1 v_1 + K_2 v_2$$

$$v_o = \sum_n K_n v_n \quad \text{dengan} \quad K_n = -\frac{R_F}{R_n}$$

$$v_o = -\frac{R}{R} v_1 - \frac{R}{R} v_2 = -(v_1 + v_2)$$

● 197

CONTOH:

$$v_N \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) + i_P - \frac{v_1}{R} - \frac{v_2}{R} = 0$$

$$\rightarrow v_P = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$v_N = \frac{v_o}{2}$$

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_o}{2} \rightarrow v_o = v_1 + v_2$$

$$v_o = -\frac{R}{R} v_1 - \frac{R}{R} v_2 = -(v_1 + v_2)$$

● 198

Pengurang (Penguat Diferensial)

$$\text{Jika } v_2 \text{ dimatikan: } v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

$$\text{Jika } v_1 \text{ dimatikan: } v_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2} \quad v_P = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 \quad \text{atau} \quad v_{o2} = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) v_2$$

$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = -\left(\frac{R_2}{R_1} \right) v_1 + \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) v_2 = -K_1 v_1 + K_2 v_2$$

$$\text{Jika kita buat } R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \text{ maka } v_o = v_2 - v_1$$

$$v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

● 199

Integrator

$$v_N \left(\frac{1}{R} \right) - C \frac{d}{dt} (v_o - v_N) - \frac{v_s}{R} = 0$$

$$\frac{v_s}{R} = -C \frac{d}{dt} (v_o) \quad \text{atau} \quad \int_{v_o(0)}^{v_o(t)} d(v_o) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_s dt$$

$$v_o = v_o(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t v_s dt \quad \Rightarrow \quad v_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_s dt$$

$$v_N \left(\frac{1}{R} \right) - C \frac{d}{dt} (v_o - v_N) - \frac{v_s}{R} = 0$$

Diferensiator

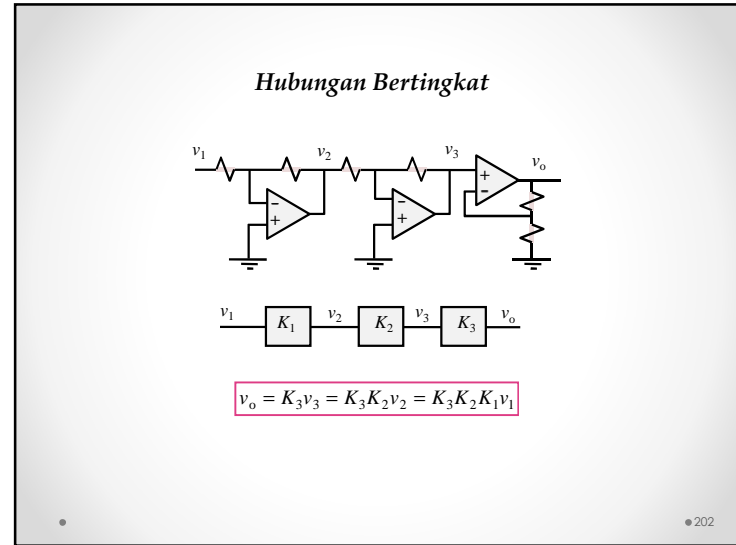
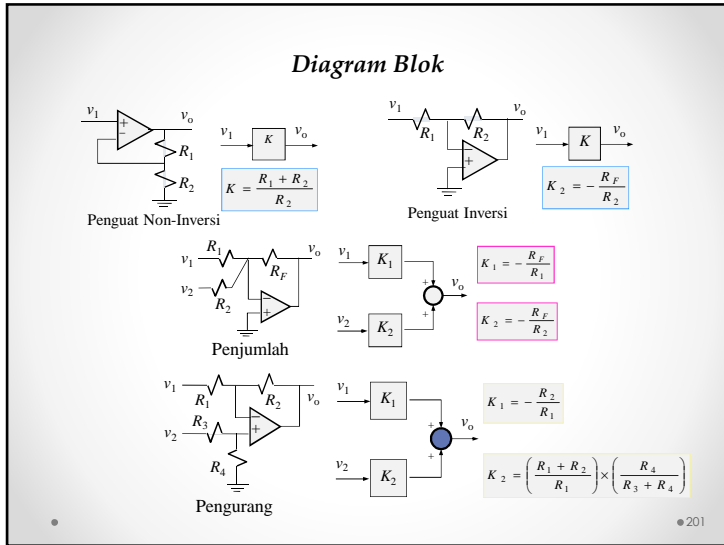
$$\frac{v_N}{R} - C \frac{d}{dt} (v_s - v_N) - \frac{v_o}{R} = 0$$

$$\frac{v_o}{R} = -C \frac{d}{dt} (v_s) \quad \text{atau} \quad \int_{v_o(0)}^{v_o(t)} d(v_o) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_s dt$$

$$v_s = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_o dt \quad \text{atau} \quad v_o = -RC \frac{dv_s}{dt}$$

$$\frac{v_N}{R} - C \frac{d}{dt} (v_s - v_N) - \frac{v_o}{R} = 0$$

● 200



11. Analisis Transien

203

Pengantar

Peristiwa transien dalam rangkaian listrik, yang walaupun berlangsung hanya beberapa saat namun jika tidak ditangani secara benar dapat menyebabkan terjadinya hal-hal yang sangat merugikan pada rangkaian

Dalam pelajaran ini analisis transien dilakukan di kawasan waktu meliputi

Analisis Transien Rangkaian Orde-1
Analisis Transien Rangkaian Orde-2

● 204

Yang dimaksud dengan analisis transien adalah analisis rangkaian yang sedang dalam keadaan peralihan atau keadaan transien.

Peristiwa transien biasanya berlangsung hanya beberapa saat namun jika tidak ditangani secara baik dapat menyebabkan terjadinya hal-hal yang sangat merugikan pada rangkaian

Peristiwa transien timbul karena pada saat terjadi perubahan keadaan rangkaian, misalnya penutupan atau pembukaan saklar, rangkaian yang mengandung elemen dinamik cenderung memperatahkan status yang dimilikinya sebelum perubahan terjadi

● 205

Dalam pembahasan model piranti pasif kita pelajari bahwa *tegangan kapasitor* adalah peubah status kapasitor; dan *arus induktor* adalah peubah status induktor.

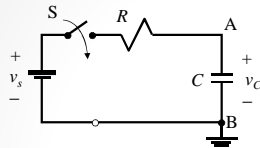
Pada saat-saat terjadi perubahan rangkaian, kapasitor cenderung mempertahankan *tegangan* yang dimilikinya sesaat sebelum terjadi perubahan

Pada saat-saat terjadi perubahan rangkaian, induktor cenderung mempertahankan *arus* yang dimilikinya sesaat sebelum terjadi perubahan

Peubah status tidak dapat berubah secara mendadak

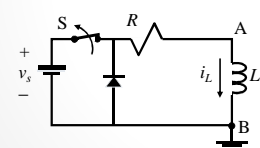
● 206

Kita ambil contoh rangkaian seri R dan C



Apabila sesaat sebelum saklar S ditutup kapasitor tidak bertegangan, maka setelah saklar ditutup tegangan kapasitor akan meningkat mulai dari nol. Tegangan kapasitor tidak dapat berubah secara mendadak.

Kita ambil contoh lain, rangkaian seri R dan L



Sesaat sebelum saklar dibuka, arus pada induktor adalah $i_L = v_s/R$. Pada waktu saklar dibuka, arus induktor akan turun menuju nol dalam waktu tertentu karena arus induktor tidak dapat berubah secara mendadak. Sebelum mencapai nol arus induktor mengalir melalui dioda.

● 207

Karena hubungan antara arus dan tegangan pada induktor maupun kapasitor merupakan hubungan linier diferensial, maka persamaan rangkaian yang mengandung elemen-elemen ini juga merupakan persamaan diferensial

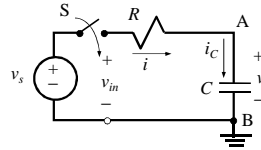
Persamaan diferensial ini dapat berupa persamaan diferensial orde pertama dan rangkaian yang demikian ini disebut rangkaian atau **sistem orde-1**

Jika persamaan rangkaian berbentuk persamaan diferensial orde kedua maka rangkaian ini disebut rangkaian atau **sistem orde-2**

● 208

Rangkaian Orde-1 biasanya mengandung hanya satu elemen dinamik, induktor atau kapasitor

Rangkaian RC Seri

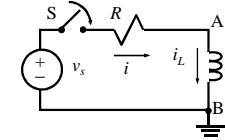


HTK setelah saklar tertutup: $-v_s + iR + v = -v_s + RC \frac{dv}{dt} + v = 0$

$RC \frac{dv}{dt} + v = v_s$ ← Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde pertama dengan **tegangan** sebagai peubah rangkaian

• 209

Rangkaian RL Seri



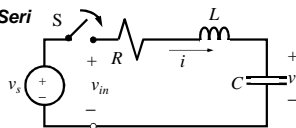
HTK setelah saklar tertutup: $v_s - Ri - v_L = v_s - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$

$L \frac{di}{dt} + Ri = v_s$ ← Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde pertama dengan **arus** sebagai peubah rangkaian

• 210

Rangkaian Orde-2 biasanya mengandung dua elemen dinamik, induktor dan kapasitor

Rangkaian RLC Seri



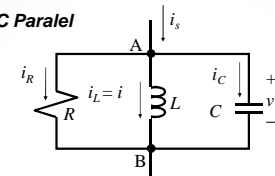
$$Ri + L \frac{di}{dt} + v = v_{in}$$

Karena $i = i_C = C dv/dt$, maka: $LC \frac{d^2v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = v_{in}$

Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde ke-dua dengan **tegangan** sebagai peubah rangkaian

• 211

Rangkaian RLC Paralel



$$i_R + i_L + i_C = i_s$$

$v = v_L = L di/dt$, sehingga $i_R = v/R$ dan $i_C = C dv/dt$

$\frac{v}{R} + i + C \frac{dv}{dt} = i_s$ atau $LC \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = i_s$ ← Inilah persamaan rangkaian yang merupakan persamaan diferensial orde ke-dua dengan **arus** sebagai peubah rangkaian

• 212

Rangkaian Orde-1

213

Bentuk Umum Persamaan Rangkaian Orde-1

$$a \frac{dy}{dt} + by = x(t)$$

y adalah fungsi keluaran

Fungsi $x(t)$ adalah masukan pada rangkaian yang dapat berupa tegangan ataupun arus dan disebut *fungsi pemaksa* atau *fungsi penggerak*.

tetapan a dan b ditentukan oleh nilai-nilai elemen yang membentuk rangkaian

Persamaan diferensial seperti di atas mempunyai solusi yang disebut *solusi total* yang merupakan jumlah dari *solusi homogen* dan *solusi khusus*

214

Solusi homogen adalah fungsi yang dapat memenuhi persamaan homogen di mana $x(t)$ bernilai nol:

$$a \frac{dy}{dt} + by = 0$$

Misalkan solusi persamaan ini y_0

Solusi khusus adalah fungsi yang dapat memenuhi persamaan aslinya di mana $x(t)$ tidak bernilai nol

$$a \frac{dy}{dt} + by = x(t)$$

Misalkan solusi persamaan ini y_p

Solusi total adalah jumlah dari kedua solusi.

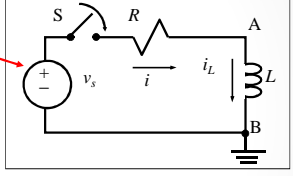
Jadi $y_{total} = (y_0 + y_p)$

215

Tanggapan Alami, Tanggapan Paksa, Tanggapan Lengkap

Dalam rangkaian listrik, fungsi pemaksa $x(t)$ adalah besaran yang masuk ke rangkaian dan memaksa rangkaian untuk menanggapi; besaran ini biasanya datang dari sumber.

Dalam rangkaian ini $x(t) = v_s$



Dalam rangkaian listrik solusi homogen adalah tanggapan rangkaian apabila $x(t) = v_s = 0$ dan tanggapan ini disebut **tanggapan alami**

Dalam rangkaian listrik solusi khusus adalah tanggapan rangkaian apabila $x(t) = v_s \neq 0$ dan tanggapan ini disebut **tanggapan paksa**

Dalam rangkaian listrik solusi total disebut **tanggapan lengkap** yang merupakan jumlah dari tanggapan alami dan tanggapan paksa

216

Tanggapan Alami

Tanggapan alami adalah solusi khusus dari persamaan homogen : $a \frac{dy}{dt} + by = 0$ atau $\frac{a}{b} \frac{dy}{dt} + y = 0$

Dalam kuliah ini kita akan mencari solusi persamaan homogen ini dengan cara *pendugaan*

Persamaan homogen ini memperlihatkan bahwa y ditambah dengan suatu tetapan kali turunan y , sama dengan nol untuk semua nilai t

Hal ini hanya mungkin terjadi jika y dan turunannya berbentuk sama; fungsi yang turunannya mempunyai bentuk sama dengan fungsi itu sendiri adalah fungsi eksponensial.

Jadi kita dapat menduga bahwa solusi dari persamaan homogen ini mempunyai bentuk eksponensial

$$y = K_1 e^{st}$$

217

Jika solusi dugaan ini kita masukkan ke persamaannya, kita peroleh

$$aK_1 s e^{st} + bK_1 e^{st} = 0 \quad \text{atau} \quad yK_1 (as + b) = 0$$

Salah satu solusi adalah $y = 0$, namun ini bukanlah solusi yang kita cari sedangkan K_1 adalah tetapan yang $\neq 0$

Inilah yang harus bernilai 0

Ini disebut **persamaan karakteristik**.

Persamaan ini akan menentukan bentuk tanggapan rangkaian.

$$as + b = 0$$

Akar persamaan ini adalah $s = -(b/a)$

Jadi tanggapan alami yang kita cari adalah

$$y_a = K_1 e^{st} = K_1 e^{-(b/a)t}$$

Tetapan ini masih harus kita cari. Nilai tetapan ini diperoleh dari tanggapan lengkap pada waktu $t = 0$

Untuk mencari tanggapan lengkap kita mencari lebih dulu **tanggapan paksa**, y_p

218

Tanggapan Paksa

Tanggapan paksa adalah solusi dari persamaan: $a \frac{dy}{dt} + by = x(t)$

Jika solusi persamaan ini kita sebut $y_p(t)$, maka bentuk $y_p(t)$ haruslah sedemikian rupa sehingga jika $y_p(t)$ dimasukkan ke persamaan ini maka ruas kiri dan ruas kanan persamaan akan berisi bentuk fungsi yang sama.

Hal ini berarti $x(t)$, $y_p(t)$, dan $dy_p(t)/dt$ harus berbentuk sama

Kita lihat beberapa kemungkinan bentuk fungsi pemaksa, $x(t)$:

- $x(t) = 0$. Jika fungsi pemaksa bernilai nol maka hanya akan ada tanggapan alami; tanggapan paksa = 0.
- $x(t) = K$. Jika fungsi pemaksa bernilai tetap maka tanggapan paksa y_p juga harus merupakan tetapan karena hanya dengan cara itu dy_p/dt akan bernilai nol sehingga ruas kanan dan kiri dapat berisi bentuk fungsi yang sama.
- $x(t) = A e^{at}$. Jika fungsi pemaksa berupa fungsi eksponensial, maka tanggapan paksa y_p harus juga eksponensial karena dengan cara itu turunan y_p juga akan berbentuk eksponensial, dan fungsi di ruas kiri dan kanan persamaan rangkaian akan berbentuk sama.

219

- $x(t) = A \sin \omega t$. Jika fungsi pemaksa berupa fungsi sinus, maka tanggapan paksa akan berupa penjumlahan fungsi fungsi sinus dan cosinus karena fungsi sinus merupakan penjumlahan dari dua fungsi eksponensial kompleks.

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2}$$

Melihat identitas ini, maka kita bisa kembali ke kasus 3; perbedaannya adalah kita menghadapi eksponensial kompleks sedangkan di kasus 3 kita menghadapi fungsi eksponensial nyata. Dalam hal ini maka Solusi yang kita cari akan berbentuk **jumlah fungsi sinus dan cosinus**.

- $x(t) = A \cos \omega t$. Kasus ini hampir sama dengan kasus 4, hanya berbeda pada identitas fungsi cosinus

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

220

Ringkasan bentuk tanggapan paksa

Jika $x(t) = 0$, maka $y_p = 0$
 Jika $x(t) = A = \text{konstan}$, maka $y_p = \text{konstan} = K$
 Jika $x(t) = Ae^{st}$ = eksponensial, maka $y_p = \text{eksponensial} = Ke^{st}$
 Jika $x(t) = A \sin \omega t$, maka $y_p = K_c \cos \omega t + K_s \sin \omega t$
 Jika $x(t) = A \cos \omega t$, maka $y_p = K_c \cos \omega t + K_s \sin \omega t$
Perhatikan : $y = K_c \cos \omega t + K_s \sin \omega t$ adalah bentuk umum fungsi sinus maupun cosinus.

• 221

Tanggapan Lengkap

Dugaan tanggapan lengkap adalah $y = y_p + y_a = y_p + K_1 e^{st}$
 Ini masih dugaan karena tanggapan alami juga masih dugaan
 tanggapan paksa Dugaan tanggapan alami
 K_1 masih harus ditentukan melalui penerapan kondisi awal yaitu kondisi pada $t = 0$

Kondisi Awal

Kondisi awal adalah situasi sesaat setelah penutupan rangkaian (jika saklar ditutup) atau sesaat setelah pembukaan rangkaian (jika saklar dibuka);
 Sesaat **sebelum** penutupan/pembukaan saklar dinyatakan sebagai $t = 0^-$
 Sesaat **sesudah** penutupan/pembukaan saklar dinyatakan sebagai $t = 0^+$
 Pada **induktor, arus** pada $t = 0^+$ sama dengan arus pada $t = 0^-$
 Pada **kapasitor, tegangan** pada $t = 0^+$ sama dengan tegangan pada $t = 0^-$

• 222

Jika kondisi awal kita masukkan pada dugaan solusi lengkap akan kita peroleh nilai K_1

$$y(0^+) = y_p(0^+) + K_1 \rightarrow K_1 = y(0^+) - y_p(0^+) = A_0$$

Dengan demikian tanggapan lengkap adalah

$$y = y_p + A_0 e^{st}$$

Ini merupakan komponen mantap dari tanggapan lengkap; ia memberikan nilai tertentu pada tanggapan lengkap pada $t = \infty$

Ini merupakan komponen transien dari tanggapan lengkap; ia bernilai 0 pada $t = \infty$

• 223

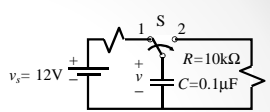
Prosedur Mencari Tanggapan Lengkap Rangkaian

1. Carilah nilai peubah status pada $t = 0^-$; ini merupakan kondisi awal.
2. Carilah persamaan rangkaian untuk $t > 0$.
3. Carilah persamaan karakteristik.
4. Carilah dugaan tanggapan alami.
5. Carilah dugaan tanggapan paksa.
6. Carilah dugaan tanggapan lengkap.
7. Terapkan kondisi awal pada dugaan tanggapan lengkap yang akan memberikan nilai-nilai tetapan yang harus dicari.
8. Dengan diperolehnya nilai tetapan, didapatlah tanggapan rangkaian yang dicari

• 224

Contoh: $x(t) = 0$

Saklar S telah lama pada posisi 1. Pada $t = 0$ S dipindah ke posisi 2. Carilah tanggapan rangkaian.



1. Pada $t = 0^-$ kapasitor telah terisi penuh dan $v(0^+) = 12$ V

2. Persamaan rangkaian untuk $t > 0$: $-v + i_R R = 0$

Karena $i_R = -i_C = -C \frac{dv}{dt}$
 maka $-v - RC \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC} v = 0$
 $\Rightarrow \frac{dv}{dt} + 1000v = 0$

3. Persamaan karakteristik: $s + 1000 = 0 \rightarrow s = -1000$

• 225

Persamaan karakteristik: $s + 1000 = 0 \rightarrow s = -1000$

4. Dugaan tanggapan alami: $v_a = A_0 e^{-1000t}$

5. Dugaan tanggapan paksa: $v_p = 0$ (tidak ada fungsi pemaksa)

6. Dugaan tanggapan lengkap: $v = v_p + A_0 e^{st} = 0 + A_0 e^{-1000t}$

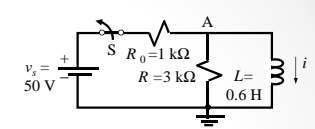
7. Kondisi awal: $v(0^+) = v(0^-) = 12$ V.
 Penerapan kondisi awal pada dugaan tanggapan lengkap memberikan: $12 = 0 + A_0 \rightarrow A_0 = 12$

8. Tanggapan lengkap menjadi: $v = 12 e^{-1000t}$ V

• 226

Contoh: $x(t) = 0$

Saklar S telah lama tertutup. Pada $t = 0$ saklar S dibuka. Carilah tanggapan rangkaian



Sebelum saklar dibuka:
 $i(0^-) = \frac{50}{1000} = 50$ mA

Persamaan rangkaian pada $t > 0$:
 Simpul A: $\frac{v_A}{3000} + i = 0$
 Karena $v_A = v_L = L \frac{di}{dt}$, $\Rightarrow \frac{1}{3000} \left(L \frac{di}{dt} \right) + i = 0$
 $\frac{1}{3000} \left(0,6 \frac{di}{dt} \right) + i = 0$
 $0,6 \frac{di}{dt} + 3000i = 0$

Persamaan karakteristik: $0,6 s + 3000 = 0$

• 227

Persamaan karakteristik: $0,6 s + 3000 = 0$

Dugaan tanggapan alami: $i_a = A_0 e^{-5000t}$

Dugaan tanggapan paksa: $i_p = 0$ (tak ada fungsi pemaksa)

Dugaan tanggapan lengkap: $i = i_p + A_0 e^{-5000t} = 0 + A_0 e^{-5000t}$

Kondisi awal: $i(0^+) = i(0^-) = 50$ mA.

Penerapan kondisi awal pada dugaan tanggapan lengkap memberikan: $50 = A_0$

Tanggapan lengkap menjadi: $i = 50 e^{-5000t}$ mA

• 228

Contoh: $x(t) = A$

Saklar S telah lama pada posisi 1. Pada $t = 0$ saklar dipindah ke posisi 2. Carilah tanggapan rangkaian.

Pada $t = 0^-$ kapasitor tidak bermuatan; tegangan kapasitor $v(0^-) = 0$
 $\Rightarrow v(0^+) = 0$

Persamaan rangkaian pada $t > 0$:

$$-12 + 10^4 i + v = 0$$

Karena $i = i_C = C dv/dt$ $-12 + 10^4 \times 0,1 \times 10^{-6} \frac{dv}{dt} + v = 0$

$$10^{-3} \frac{dv}{dt} + v = 12$$

Persamaan karakteristik: $10^{-3} s + 1 = 0$

● 229

Persamaan karakteristik : $10^{-3} s + 1 = 0 \rightarrow s = -1/10^{-3} = -1000$

Dugaan tanggapan alami : $v_a = A_0 e^{-1000t}$

Dugaan tanggapan paksa : $v_p = K$

Masukkan v_p dugaan ini ke persamaan rangkaian :

$$0 + K = 12 \Rightarrow v_p = 12$$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 12 + A_0 e^{-1000t}$ V

Kondisi awal : $v(0^+) = v(0^-) = 0$.

Penerapan kondisi awal memberikan :

$$0 = 12 + A_0 \rightarrow A_0 = -12$$

Tanggapan lengkap menjadi : $v = 12 - 12 e^{-1000t}$ V

● 230

Contoh: $x(t) = A \cos \omega t$

Rangkaian di samping ini mendapat masukan tegangan sinusoidal yang muncul pada $t = 0$.

$v_s = 50 \cos 10t u(t)$ V

Kondisi awal dinyatakan bernilai nol: $v(0^+) = 0$

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$:

Simpul A: $v \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10} \right) + i_C - \frac{v_s}{15} = 0 \rightarrow \frac{1}{6} v + i_C = \frac{v_s}{15}$

$$i_C = C dv/dt \rightarrow \frac{1}{6} v + \frac{1}{30} \frac{dv}{dt} = \frac{v_s}{15}$$

$$\rightarrow \frac{dv}{dt} + 5v = 100 \cos 10t$$

Persamaan karakteristik: $s + 5 = 0 \rightarrow s = -5$

● 231

Persamaan karakteristik: $s + 5 = 0 \rightarrow s = -5$

Dugaan tanggapan alami : $v_a = A_0 e^{-5t}$

Dugaan tanggapan paksa : $v_p = A_c \cos 10t + A_s \sin 10t$

Substitusi tanggapan dugaan ini ke persamaan rangkaian memberikan :

$$-10A_c \sin 10t + 10A_s \cos 10t + 5A_c \cos 10t + 5A_s \sin 10t = 100 \cos 10t$$

$$\rightarrow -10A_c + 5A_s = 0 \text{ dan } 10A_s + 5A_c = 100$$

$$\rightarrow A_s = 2A_c \rightarrow 20A_c + 5A_c = 100 \Rightarrow A_c = 4 \text{ dan } A_s = 8$$

Tanggapan paksa : $v_p = 4 \cos 10t + 8 \sin 10t$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 4 \cos 10t + 8 \sin 10t + A_0 e^{-5t}$

Kondisi awal $v(0^+) = 0$

Penerapan kondisi awal : $0 = 4 + A_0 \rightarrow A_0 = -4$

Jadi tegangan kapasitor : $v = 4 \cos 10t + 8 \sin 10t - 4e^{-5t}$ V

Arus kapasitor : $i_C = C \frac{dv}{dt} = \frac{1}{30} (-40 \sin 10t + 80 \cos 10t + 20 e^{-5t})$

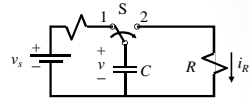
$$= -1,33 \sin 10t + 2,66 \cos 10t + 0,66 e^{-5t} \text{ A}$$

● 232

Konstanta Waktu

Lama waktu yang diperlukan oleh suatu peristiwa transien untuk mencapai akhir peristiwa (kondisi mantap) ditentukan oleh konstanta waktu yang dimiliki oleh rangkaian.

Tinjauan pada Contoh sebelumnya



Setelah saklar S pada posisi 2, persamaan rangkaian adalah: $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = 0$

Fungsi karakteristik: $s + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{RC}$

Dugaan tanggapan alami: $v_a = K_1 e^{-\frac{t}{RC}}$

Tanggapan alami ini yang akan menentukan komponen transien pada tanggapan lengkap

233

Tanggapan alami: $v_a = K_1 e^{-\frac{t}{RC}}$

Tanggapan alami dapat dituliskan: $v_a = K_1 e^{-t/\tau}$

dengan: $\tau = RC$

Tanggapan lengkap menjadi: $v = v_p + v_a = v_p + K_1 e^{-t/\tau}$

Tanggapan paksa

τ disebut konstanta waktu.

la ditentukan oleh besarnya elemen rangkaian.

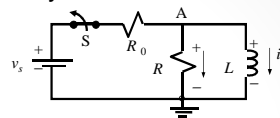
la menentukan seberapa cepat transien menuju akhir.

Makin besar konstanta waktu, makin lambat tanggapan rangkaian mencapai nilai akhirnya (nilai mantapnya), yaitu nilai komponen mantap, v_p .

234

Tinjauan pada Contoh sebelumnya

Pada $t = 0$ saklar S dibuka



Persamaan rangkaian setelah saklar dibuka adalah: $L \frac{di}{dt} = -Ri \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$

Persamaan karakteristik: $s + \frac{R}{L} = 0$

$s = -\frac{R}{L}$

Tanggapan alami: $i_a = K_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

Tanggapan alami ini juga akan menentukan komponen transien pada tanggapan lengkap seperti halnya tinjauan pada Contoh-2.1

235

Tanggapan alami: $i_a = K_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

Tanggapan alami dapat dituliskan: $i_a = K_1 e^{-t/\tau}$

dengan: $\tau = \frac{L}{R}$

Tanggapan lengkap: $i = i_p + i_a = i_p + K_1 e^{-t/\tau}$

Tanggapan paksa

τ disebut konstanta waktu.

la ditentukan oleh besarnya elemen rangkaian.

la menentukan seberapa cepat transien menuju akhir.

Makin besar konstanta waktu, makin lambat transien mencapai nilai akhirnya yaitu nilai komponen mantap, i_p .

236

Tinjauan pada Contoh sebelumnya

Pada $t = 0$, S dipindahkan ke posisi 2.

Persamaan rangkaian setelah saklar pada posisi 2: $-v_s + Ri + v = 0 \rightarrow -v_s + Ri + v = 0$

Karena $i = i_C = C dv/dt \rightarrow RC \frac{dv}{dt} + v = v_s$

Persamaan karakteristik: $RCs + 1 = 0$
 $s = -1/RC$

Tanggapan alami: $v_a = Ke^{-(1/RC)t} = Ke^{-t/\tau}$
 $\tau = RC$

Tanggapan lengkap: $v = v_p + v_a = v_p + Ke^{-t/\tau}$

● 237

Tinjauan pada Contoh sebelumnya

$v_s = A \cos \omega t$

Simpul A: $v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + i_C - \frac{v_s}{R_1} = 0$

$i_C = C dv/dt \rightarrow v \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) + C \frac{dv}{dt} = \frac{v_s}{R_1}$

Persamaan karakteristik: $R^* + Cs = 0$
 $R^* = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right)$
 $s = -1/R^*C$

Tanggapan alami: $v_a = Ke^{-(1/R^*C)t} = Ke^{-t/\tau}$
 $\tau = R^*C$

Tanggapan lengkap: $v = v_p + v_a = v_p + Ke^{-t/\tau}$

● 238

Dari tinjauan contoh-1 s/d 4, dengan menggambarkan rangkaian untuk melihat tanggapan alami saja, kita buat ringkasan berikut:

Konstanta waktu ditentukan oleh besar elemen-elemen rangkaian

Untuk rangkaian R-C : $\tau = RC$

Untuk rangkaian R-L : $\tau = L/R$

● 239

Konstanta waktu ditentukan oleh besar elemen-elemen rangkaian

Untuk rangkaian R-C : $\tau = RC$

Untuk rangkaian R-L : $\tau = L/R$

Konstanta waktu juga ditentukan oleh berapa besar energi yang semula tersimpan dalam rangkaian (yang harus dikeluarkan)

Makin besar C dan makin besar L, simpanan energi dalam rangkaian akan makin besar karena

$$w_C = \frac{1}{2} C v^2 \quad \text{dan} \quad w_L = \frac{1}{2} L i^2$$

Oleh karena itu konstanta waktu τ berbanding lurus dengan C atau L

Pengurangan energi berlangsung dengan mengalirnya arus i dengan desipasi daya sebesar $i^2 R$. Dalam kasus rangkaian R-C, di mana v adalah peubah status, makin besar R akan makin besar τ karena arus untuk desipasi makin kecil. Dalam kasus rangkaian R-L di mana peubah status adalah i makin besar R akan makin kecil τ karena desipasi daya $i^2 R$ makin besar

● 240

Tanggapan Masukan Nol dan Tanggapan Status Nol

Peristiwa transien dapat pula dilihat sebagai gabungan dari **tanggapan masukan nol** dan **tanggapan status nol**

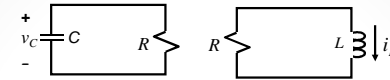
Tanggapan Masukan Nol adalah tanggapan rangkaian jika tidak ada masukan. Peristiwa ini telah kita kenal sebagai tanggapan alami

Tanggapan Status Nol adalah tanggapan rangkaian jika ada masukan masukan pada rangkaian sedangkan rangkaian tidak memiliki simpanan energi awal (simpanan energi sebelum terjadinya perubahan rangkaian).

Pengertian tentang tanggapan status nol ini muncul karena sesungguhnya tanggapan rangkaian yang mengandung elemen dinamik terhadap adanya masukan merupakan peristiwa transien walaupun rangkaian tidak memiliki simpanan energi awal

• 241

Tanggapan Masukan Nol



Bentuk tanggapan rangkaian tanpa fungsi pemaksa secara umum adalah

$$y_{m0} = y(0^+) e^{-t/\tau}$$

tanggapan masukan nol

$v_C(0^+)$ atau $i_L(0^+)$

masing-masing menunjukkan adanya simpanan energi awal dalam rangkaian di kapasitor sebesar $\frac{1}{2}Cv_C^2$ di induktor sebesar $\frac{1}{2}Li_L^2$

peubah status, v_C dan i_L , tidak dapat berubah secara mendadak
Pelepasan energi di kapasitor dan induktor terjadi sepanjang peristiwa transien, yang ditunjukkan oleh perubahan tegangan kapasitor dan arus induktor

• 242

Tanggapan Status Nol

Jika sebelum peristiwa transien tidak ada simpanan energi dalam rangkaian, maka tanggapan rangkaian kita sebut **tanggapan status nol**

Bentuk tanggapan ini secara umum adalah

$$y_{s0} = y_f - y_f(0^+) e^{-t/\tau}$$

Tanggapan status nol

Status final $t = \infty$

Bagian ini merupakan reaksi elemen dinamik (kapasitor ataupun induktor) dalam mencoba mempertahankan status rangkaian.

Oleh karena itu ia bertanda negatif.

$y_f(0^+)$ adalah nilai tanggapan pada $t = 0^+$ yang sama besar dengan y_f sehingga pada $t = 0^+$ tanggapan status nol $y_{s0} = 0$.

• 243

Dengan demikian tanggapan lengkap rangkaian dapat dipandang sebagai terdiri dari

tanggapan status nol dan tanggapan masukan nol

$$y = y_{s0} + y_{m0}$$

$$= y_f(t) - y_f(0^+) e^{-t/\tau} + y(0^+) e^{-t/\tau}$$

Konstanta waktu τ ditentukan oleh elemen rangkaian

• 244

Rangkaian Orde-2

Bentuk Umum Persamaan Rangkaian Orde-2

$$a \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = x(t)$$

y = tanggapan rangkaian yang dapat berupa tegangan ataupun arus fungsi pemaksa atau fungsi penggerak.

tetapan a dan b ditentukan oleh nilai-nilai elemen yang membentuk rangkaian

Persamaan diferensial orde ke-dua muncul karena rangkaian mengandung **kapasitor** dan **induktor**

dengan **tegangan** sebagai peubah status dengan **arus** sebagai peubah status

sedangkan peubah dalam persamaan rangkaian harus salah satu di antaranya, tegangan atau arus

Tanggapan Alami

Tanggapan alami adalah solusi persamaan rangkaian di mana $x(t)$ bernilai nol:

$$a \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = 0$$

Dugaan solusi y berbentuk fungsi eksponensial $y_a = Ke^{st}$ dengan nilai K dan s yang masih harus ditentukan.

Kalau solusi ini dimasukkan ke persamaan, akan diperoleh

$$aKs^2 e^{st} + bKs e^{st} + cK e^{st} = 0 \quad \text{atau}$$

$$Ke^{st} (as^2 + bs + c) = 0$$

Bagian ini yang harus bernilai nol yang memberikan persamaan karakteristik

$$as^2 + bs + c = 0$$

$$as^2 + bs + c = 0$$

Persamaan karakteristik yang berbentuk persamaan kwadrat itu mempunyai dua akar yaitu

$$s_1, s_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dengan adanya dua akar tersebut maka kita mempunyai dua solusi homogen, yaitu

$$y_{a1} = K_1 e^{s_1 t} \quad \text{dan} \quad y_{a2} = K_2 e^{s_2 t}$$

Tanggapan alami yang kita cari akan berbentuk

$$y_a = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$$

Seperti halnya pada rangkaian orde pertama, tetapan-tetapan ini diperoleh melalui penerapan kondisi awal pada tanggapan lengkap

Tanggapan Paksa

Tanggapan paksa adalah solusi persamaan rangkaian di mana $x(t) \neq 0$:

$$a \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = x(t)$$

Bentuk tanggapan paksa ditentukan oleh bentuk $x(t)$ sebagaimana telah diulas pada rangkaian orde pertama, yaitu

- Jika $x(t) = 0$, maka $y_p = 0$
- Jika $x(t) = A = \text{konstan}$, maka $y_p = \text{konstan} = K$
- Jika $x(t) = Ae^{\alpha t}$ = eksponensial, maka $y_p = \text{eksponensial} = Ke^{\alpha t}$
- Jika $x(t) = A \sin \omega t$, maka $y_p = K_c \cos \omega t + K_s \sin \omega t$
- Jika $x(t) = A \cos \omega t$, maka $y_p = K_c \cos \omega t + K_s \sin \omega t$
- Perhatikan :** $y = K_c \cos \omega t + K_s \sin \omega t$ adalah bentuk umum fungsi sinus maupun cosinus.

• 249

Tanggapan Lengkap

Tanggapan lengkap adalah jumlah tanggapan alami dan tanggapan paksa

$$y = y_p + y_a = y_p + K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$$

Tetapan ini diperoleh melalui penerapan **kondisi awal**

Jika rangkaian mengandung C dan L, dua elemen ini akan cenderung mempertahankan statusnya. Jadi ada dua kondisi awal yang harus dipenuhi yaitu

$$v_C(0^+) = v_C(0^-)$$

dan

$$i_L(0^+) = i_L(0^-)$$

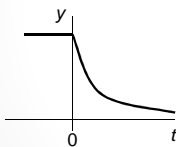
• 250

Kondisi Awal

Secara umum, kondisi awal adalah:

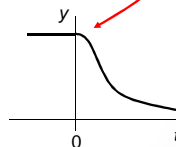
$$y(0^+) = y(0^-) \quad \text{dan} \quad \frac{dy}{dt}(0^+) = y'(0^+)$$

Nilai sesaat sebelum dan sesudah penutupan/pembukaan saklar harus sama, dan laju perubahan nilainya juga harus kontinu



Pada rangkaian orde pertama $dy/dt(0^+)$ tidak perlu kontinu

• 251



Pada rangkaian orde kedua $dy/dt(0^+)$ harus kontinu sebab ada d^2y/dt^2 dalam persamaan rangkaian yang hanya terdefinisi jika $dy/dt(0^+)$ kontinu

Tiga Kemungkinan Bentuk Tanggapan

Persamaan karakteristik

$$as^2 + bs + c = 0$$

dapat mempunyai tiga kemungkinan nilai akar, yaitu:

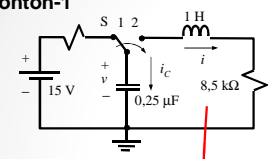
- a). Dua akar riil berbeda, $s_1 \neq s_2$, jika $\{b^2 - 4ac\} > 0$;
- b). Dua akar sama, $s_1 = s_2 = s$, jika $\{b^2 - 4ac\} = 0$;
- c). Dua akar kompleks konjugat $s_1, s_2 = \alpha \pm j\beta$ jika $\{b^2 - 4ac\} < 0$.

Tiga kemungkinan akar ini akan memberikan tiga kemungkinan bentuk tanggapan

• 252

Persamaan karakteristik dengan dua akar riil berbeda, $s_1 \neq s_2, \{b^2 - 4ac\} > 0$

Contoh-1



Saklar S telah lama berada pada posisi 1. Pada $t = 0$ saklar dipindahkan ke posisi 2. Carilah perubahan tegangan kapasitor.

Pada $t = 0^-$: $i(0^-) = 0$ dan $v(0^-) = 12 \text{ V}$

Persamaan Rangkaian pada $t > 0$: $-v + L \frac{di}{dt} + Ri = 0$

Karena $i = -i_c = -C \frac{dv}{dt}$, maka: $-v - LC \frac{d^2v}{dt^2} - RC \frac{dv}{dt} = 0$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 8,5 \times 10^3 \frac{dv}{dt} + 4 \times 10^6 v = 0$$

253

Persamaan karakteristik: $s^2 + 8,5 \times 10^3 s + 4 \times 10^6 = 0$

→ akar - akar : $s_1, s_2 = -4250 \pm 10^3 \sqrt{(4,25)^2 - 4} = -500, -8000$

Dugaan tanggapan lengkap: $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

Tak ada fungsi pemaksa

Kondisi awal: $v_C(0^+) = 15 \text{ V}$ dan $i_L(0^+) = 0$

Karena persamaan rangkaian menggunakan v sebagai peubah maka kondisi awal arus $i_L(0^+)$ harus diubah menjadi dalam tegangan v

$$i_L(0^+) = i_C(0^+) = C \frac{dv_C(0^+)}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_C(0^+)}{dt} = 0$$

254

Kondisi awal: $v(0^+) = 15 \text{ V}$ dan $\frac{dv(0^+)}{dt} = 0$

Dugaan tanggapan lengkap: $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

$$15 = K_1 + K_2 \quad 0 = -500K_1 - 8000K_2$$

$$0 = -500K_1 - 8000(15 - K_1)$$

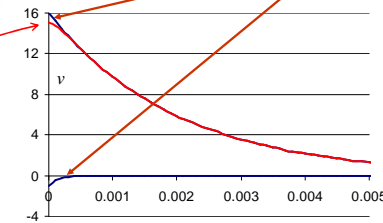
$$K_1 = \frac{8000 \times 15}{7500} = 16 \quad K_2 = -1$$

Tanggapan lengkap menjadi: $v = 16e^{-500t} - e^{-8000t} \text{ V}$
(hanya ada tanggapan alami).

Ini adalah pelepasan muatan kapasitor pada rangkaian R-L-C seri

255

Tanggapan lengkap: $v = 16e^{-500t} - e^{-8000t} \text{ V}$



Perhatikan bahwa pada $t = 0^+$ tegangan kapasitor adalah 15 V

Pada waktu kapasitor mulai melepaskan muatannya, ada perlawanan dari induktor yang menyebabkan penurunan tegangan pada saat-saat awal agak landai

256

Contoh-2

Saklar S telah lama tertutup. Pada $t = 0$ saklar dibuka. Tentukan perubahan tegangan kapasitor dan arus induktor.

Sebelum saklar dibuka arus hanya melalui induktor. Dioda tidak konduksi.

$$i_L(0^-) = \frac{19}{8500} = 2 \text{ mA} \quad v_C(0^-) = 0 \text{ V}$$

Persamaan Rangkaian pada $t > 0$: $-v + L \frac{di}{dt} + Ri = 0$

$$i = -i_C = -C \frac{dv_C}{dt} \rightarrow -v - LC \frac{d^2v}{dt^2} - RC \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{R}{L} \frac{dv}{dt} - \frac{v}{LC} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 8,5 \times 10^3 \frac{dv}{dt} + 4 \times 10^6 v = 0$$

● 257

Persamaan karkteristik : $s^2 + 8,5 \times 10^3 s + 4 \times 10^6 = 0$

→ akar-akar : $s_1, s_2 = -4250 \pm 10^3 \sqrt{(4,25)^2 - 4} = -500, -8000$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

Tak ada fungsi pemaksa

Kondisi awal: $i_L(0^+) = 2 \text{ mA}$ dan $v_C(0^+) = 0 \text{ V}$

Karena persamaan rangkaian menggunakan v sebagai peubah maka kondisi awal $i_L(0^+)$ harus diubah menjadi dalam v

$$-i_L(0^+) = i_C(0^+) = C \frac{dv_C(0^+)}{dt} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\frac{dv_C(0^+)}{dt} = \frac{2 \times 10^{-3}}{C}$$

● 258

Kondisi awal: $v(0^+) = 0$ $\frac{dv(0^+)}{dt} = -\frac{2 \times 10^{-3}}{0,25 \times 10^{-6}} = -8 \times 10^3$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = 0 + K_1 e^{-500t} + K_2 e^{-8000t}$

$$0 = K_1 + K_2 \quad -8000 = -500K_1 - 8000K_2$$

$$-8000 = -500K_1 + 8000K_1$$

$$K_1 = \frac{-8000}{7500} \approx -1,06 \quad K_2 = -K_1 = 1$$

Tegangan kapasitor menjadi : $v \approx 1,06e^{-500t} - 1e^{-8000t} \text{ V}$

Ini adalah pengisian kapasitor oleh arus induktor pada rangkaian R-L-C seri

Arus induktor : $i_L = -i_C = -C \frac{dv}{dt} \approx -0,25 \times 10^{-6} (-530e^{-500t} - 8000e^{-8000t})$

$$\approx -133 \times 10^{-3} e^{-500t} + 2e^{-8000t} \text{ mA}$$

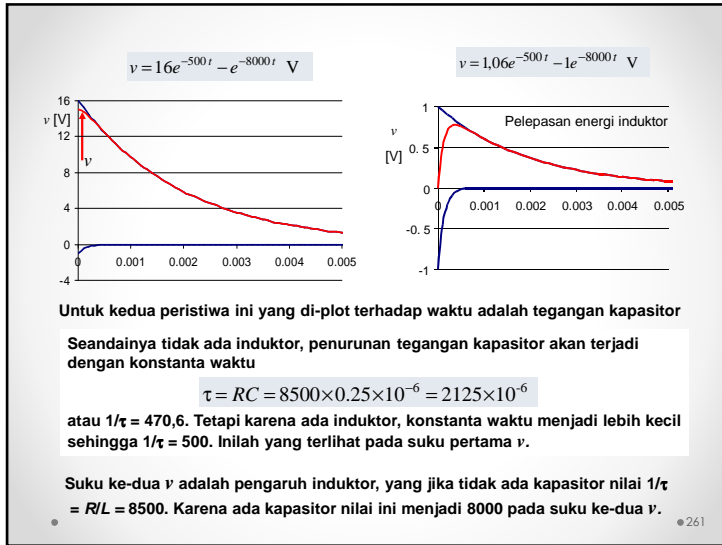
● 259

Tanggapan lengkap : $v = 1,06e^{-500t} - 1e^{-8000t} \text{ V}$

Perhatikan bahwa pada awalnya tegangan kapasitor naik karena menerima pelepasan energi dari induktor

Kenaikan tegangan kapasitor mencapai puncak kemudian menurun karena ia melepaskan muatan yang pada awalnya diterima.

● 260



Persamaan Karakteristik Memiliki Dua Akar Riil Sama Besar $s_1 = s_2, \{b^2 - 4ac\} = 0$

Dua akar yang sama besar dapat kita tuliskan sebagai $s_1 = s$ dan $s_2 = s + \delta$; dengan $\delta \rightarrow 0$

Tanggapan lengkap akan berbentuk

$$y = y_p + K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} = y_p + K_1 e^{st} + K_2 e^{(s+\delta)t}$$

Tanggapan paksa
Tanggapan alami

Kondisi awal pertama Kondisi awal kedua

$$y(0^+) = y_p(0^+) + K_1 + K_2 \qquad y'(0^+) = y_p'(0^+) + K_1 s + K_2 (s + \delta)$$

$$y(0^+) - y_p(0^+) = K_1 + K_2 = A_0 \qquad y'(0^+) - y_p'(0^+) = (K_1 + K_2)s + K_2 \delta = B_0$$

$$A_0 s + K_2 \delta = B_0 \rightarrow K_2 = \frac{B_0 - A_0 s}{\delta} \text{ dan } K_1 = A_0 - \frac{B_0 - A_0 s}{\delta}$$

Tanggapan lengkap menjadi

$$y = y_p + \left[A_0 + (B_0 - A_0 s) \left(-\frac{1}{\delta} + \frac{e^{\delta t}}{\delta} \right) \right] e^{st}$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{\delta} + \frac{e^{\delta t}}{\delta} \right) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\delta t} - 1}{\delta} \right) = t$$

$$y = y_p + [A_0 + (B_0 - A_0 s) t] e^{st}$$

$$y = y_p + [K_a + K_b t] e^{st}$$

ditentukan oleh kondisi awal ditentukan oleh kondisi awal dan s
 s sendiri ditentukan oleh nilai elemen-elemen yang membentuk rangkaian dan tidak ada kaitannya dengan kondisi awal

Contoh-3.

Saklar telah lama di posisi 1. Pada $t = 0$ di pindah ke posisi 2. Tentukan perubahan tegangan kapasitor.
 (Diganti dengan $4 \text{ k}\Omega$ dari contoh sebelumnya)

Sebelum saklar dipindahkan: $v(0^-) = 15 \text{ V}$; $i(0^-) = 0$

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$: $-v + L \frac{di}{dt} + iR = 0$

Karena $i = -i_c = -C dv/dt \rightarrow LC \frac{d^2 v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = 0$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + 4 \times 10^3 \frac{dv}{dt} + 4 \times 10^6 v = 0$$

Persamaan karakteristik: $s^2 + 4 \times 10^3 s + 4 \times 10^6 = 0$

Persamaan karakteristik : $s^2 + 4000s + 4 \times 10^6 = 0$

akar - akar : $s_1, s_2 = -2000 \pm \sqrt{4 \times 10^6 - 4 \times 10^6} = -2000 = s$

Karena persamaan karakteristik memiliki akar sama besar maka tanggapan lengkap akan berbentuk :

$$v = v_p + (K_a + K_b t) e^{st} = 0 + (K_a + K_b t) e^{st}$$

↑ Tak ada fungsi pemaksa

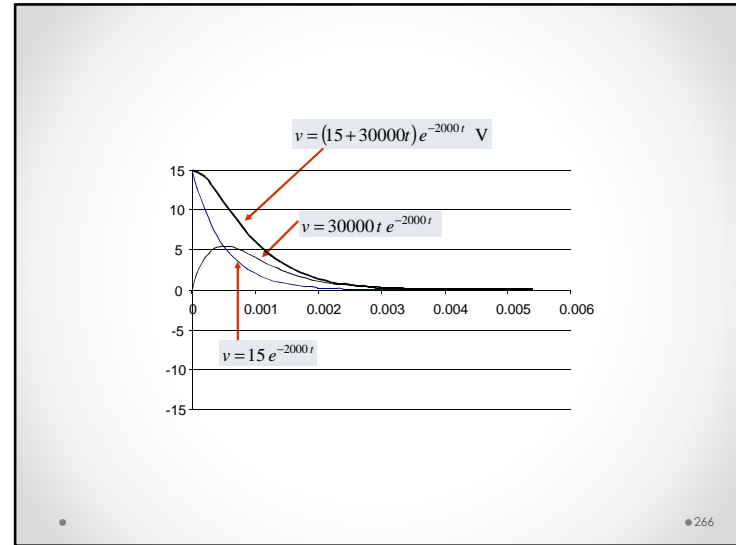
Kondisi awal pertama $v(0^+) = v(0^-) \Rightarrow v(0^+) = 15 = K_a$.

Kondisi awal kedua $\frac{dv}{dt}(0^+) = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = K_b e^{st} + (K_a + K_b t) s e^{st}$

$$\rightarrow \frac{dv}{dt}(0^+) = 0 = K_b + K_a s \rightarrow K_b = -K_a s = 30000$$

⇒ Jadi : $v = (15 + 30000t) e^{-2000t} \text{ V}$

● 265



Dua akar kompleks konjugat

$\{b^2 - 4ac\} < 0$

Akar-Akar Kompleks Konjugat: $s_1 = \alpha + j\beta$ dan $s_2 = \alpha - j\beta$

Tanggapan lengkap akan berbentuk

$$y = y_p + K_1 e^{(\alpha + j\beta)t} + K_2 e^{(\alpha - j\beta)t} = y_p + (K_1 e^{+j\beta t} + K_2 e^{-j\beta t}) e^{\alpha t}$$

$$= y_p + (K_a \cos \beta t + K_b \sin \beta t) e^{\alpha t}$$

Kondisi awal pertama: $y(0^+) = y_p(0^+) + K_a \rightarrow K_a = y(0^+) - y_p(0^+)$

Kondisi awal kedua: $y'(0^+) = y'_p(0^+) + (\alpha K_b - K_a \beta) \sin \beta t + (K_b \beta + \alpha K_a) \cos \beta t e^{\alpha t}$

$$= y'_p(0^+) + \alpha K_a + \beta K_b$$

→ $\alpha K_a + \beta K_b = y'(0^+) - y'_p(0^+)$

● 267

Contoh-4.

Saklar S sudah lama pada posisi 1. Pada $t = 0$ dipindah ke posisi 2. Carilah perubahan tegangan kapasitor.

(Diganti dengan 1 kΩ dari contoh sebelumnya)

Pada $t = 0^+$: $v(0^-) = 15 \text{ V}$; $i(0^-) = 0$ $-v + L \frac{di}{dt} + iR = 0$

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$:

Karena $i = -i_c = -C dv/dt \rightarrow LC \frac{d^2 v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = 0$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + 1 \times 10^3 \frac{dv}{dt} + 4 \times 10^6 v = 0$$

Persamaan karakteristik: $s^2 + 1 \times 10^3 s + 4 \times 10^6 = 0$

● 268

Persamaan karakteristik : $s^2 + 1000 \frac{dv}{dt} + 4 \times 10^6 = 0$

akar - akar : $s_1, s_2 = -500 \pm \sqrt{500^2 - 4 \times 10^6} = -500 \pm j500\sqrt{15}$

dua akar kompleks konjugat

$\alpha \pm j\beta$ dengan $\alpha = -500$; $\beta = 500\sqrt{15}$

Tanggapan lengkap akan berbentuk:

$$v = 0 + (K_a \cos \beta t + K_b \sin \beta t) e^{\alpha t}$$

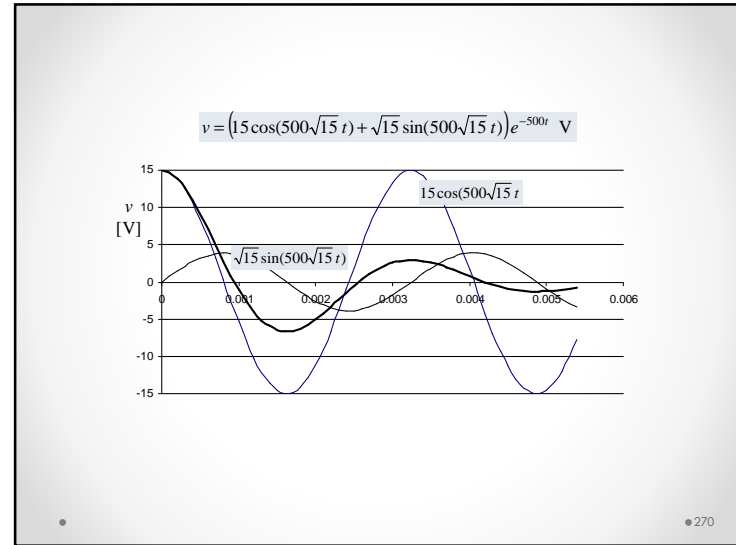
Kondisi awal pertama $\Rightarrow v(0^+) = 15 = K_a$

Kondisi awal kedua $\Rightarrow \frac{dv}{dt}(0^+) = 0 = \alpha K_a + \beta K_b$

$$\rightarrow K_b = \frac{-\alpha K_a}{\beta} = \frac{500 \times 15}{500\sqrt{15}} = \sqrt{15}$$

Tanggapan lengkap : $v = (15 \cos(500\sqrt{15} t) + \sqrt{15} \sin(500\sqrt{15} t)) e^{-500t}$ V

● 269



Perbandingan tanggapan rangkaian:

Dua akar riil berbeda: sangat teredam, $v = 16e^{-500t} - e^{-8000t}$ V

Dua akar riil sama besar : teredam kritis, $v = (15 + 30000t) e^{-2000t}$ V

Dua akar kompleks konjugat : kurang teredam,

$$v = (15 \cos(500\sqrt{15} t) + \sqrt{15} \sin(500\sqrt{15} t)) e^{-500t}$$

● 271

Contoh Tanggapan Rangkaian Dengan Masukan Sinyal Sinus

Rangkaian mendapat masukan sinyal sinus yang muncul pada $t = 0$. Tentukan perubahan tegangan dan arus kapasitor, apabila kondisi awal adalah $i(0) = 2$ A dan $v(0) = 6$ V

Pada $t = 0^+$: $i(0^+) = 2$ A dan $v(0^+) = 6$ V

Persamaan rangkaian untuk $t > 0$:

$$-v_s + Ri + L \frac{di}{dt} + v = 0$$

$$RC \frac{dv}{dt} + LC \frac{d^2i}{dt^2} + v = v_s$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{6} \frac{d^2v}{dt^2} + v = 26 \cos 3t$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 5 \frac{dv}{dt} + 6v = 156 \cos 3t$$

● 272

Persamaan karakteristik : $s^2 + 5s + 6 = 0 = (s+2)(s+3)$;
akar-akar : $s_1, s_2 = -2, -3$

Dugaan tanggapan paksa : $v_p = A_c \cos 3t + A_s \sin 3t$

Persamaan rangkaian $\frac{d^2v}{dt^2} + 5\frac{dv}{dt} + 6v = 156 \cos 3t$

$\rightarrow (-9A_c + 15A_s + 6A_c)\cos 3t + (-9A_s - 15A_c + 6A_s)\sin 3t = 156 \cos 3t$
 $\rightarrow -3A_c + 15A_s = 156$ dan $-15A_c - 3A_s = 0$
 $\Rightarrow A_c = \frac{156+0}{-3-75} = -2$; $A_s = \frac{5 \times 156 - 0}{75+3} = 10$

Tanggapan paksa : $v_p = -2 \cos 3t + 10 \sin 3t$

Dugaan tanggapan lengkap : $v = -2 \cos 3t + 10 \sin 3t + K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-3t}$

↑ ↑
masih harus ditentukan melalui
penerapan kondisi awal

● 273

Kondisi awal : $v(0^+) = 6$ dan $i(0^+) = 2 = \frac{1}{6} \frac{dv}{dt}(0^+) \rightarrow \frac{dv}{dt}(0^+) = 12$

Aplikasi kondisi awal pertama : $6 = -2 + K_1 + K_2 \rightarrow K_2 = 8 - K_1$

Aplikasi kondisi awal kedua : $12 = 30 - 2K_1 - 3K_2$
 $\Rightarrow K_1 = 6 \quad \Rightarrow K_2 = 2$

Tanggapan lengkap : $v = -2 \cos 3t + 10 \sin 3t + 6e^{-2t} + 2e^{-3t}$ V
 $\Rightarrow i = \frac{1}{6} \frac{dv}{dt} = \sin 3t + 5 \cos 3t - 2e^{-2t} - e^{-3t}$ A

Amplitudo tegangan
menurun
Amplitudo arus
meningkat

● 274

Analisis Rangkaian Listrik di Kawasan Waktu

Sudaryatno Sudirham

275